Fogalmak és definíciók matematikából

1. **<u>Halmaz</u>**

   A halmaz egy alapfogalom: egyértelműen definiálható, azonos tulajdoságal rendelkező dolgok az elemei.

   S={x|P(x)}: az S halmaz elemei olyan x-ek, melyek mindegyike P(x) tulajdonságú

   Pl: páratlan számok halmaza O={1,3,5…} or O={n|n=2m+1, ahol m=1,2,3,4…}, 185 cm-nél magasabb egyének egy adott városban

2. **<u>Halmazok uniója</u>**
   Két halmaz, A és B unióján olyan halmazt értünk, melyek elemei vagy A-nak, vagy B-nek elemei
   $A\cup B=\{x|\ x\in A$ vagy $x\in B\}$ ($x\in A$: x A-nak eleme; $x\notin B$: x nem eleme B-nek)
   A={1,3,5,7,9}, B={3,6,9}
   $A\cup B=\{1,3,5,6,7,9\}$

3. **<u>Halmazok metszete</u>**
   Két halmaz, A és B metszetén olyan halmazt értünk, melyek elemi A-nak és B-nek is elemei.
   $A\cap B=\{x|\ x\in A$ és $x\in B\}$
   A={1,3,5,7,9}, B={3,6,9}
   $A\cap B=\{3,9\}$

4. **<u>Részhalmaz</u>**
   Egy S halmaz részhalmaza U halmaznak akkor és csak akkor, ha S minden eleme egyben T eleme is.
   $S\subseteq U$ vagy $U\supseteq S$
   U={1,3,5,7,9}, S={3,9}$\Rightarrow S\subseteq U$

5. **<u>Üres halmaz (∅), alaphalmaz (U)</u>**
   Az üres halmaznak nincsenek elemei.
   Az alaphalmaznak az összes vizsgált halmaz részhalmaza.

6. **<u>Számhalmazok</u>**
   $\mathbb{N}: természetes\ számok$: 1,2,3 …
   $\mathbb{Z}: egész\ számok:\ \dots -2, -1, 0, 1,2 \dots$
   $\mathbb{Q}: racionális\ számok: \dots -\frac{11}{9}, 0, \frac{3}{7}, 1 = \frac{7}{7}, \dots$
   $\mathbb{I}: irracionális\ számok: \sqrt{3},\ \pi, e\ (Euler\ szám), -\sqrt[5]{7}$, nem racionális számok
   $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}: valós\ számok$

7. **A függvény**
   Az *f* függvény egy olyan hozzárendelés, mely egy nem üres A halmaz minden *x* eleméhez ($x\in A$) hozzárendel pontosan egy B halmazbeli *y* elemet ($y\in B$), rövidítve: $f: A \to B$; *y-t az x* elem képének nevezzük. Az A halmaz az *f* függvény értelmezési tartománya (D_f), míg *f(A)={f(x), ahol x∈A}* halmaz a függvény értékkészlete *(R_f)*.

8. Az **egyismeretlenes lineáris egyenlet** az alábbi alakban írható fel, ahol x az ismeretlen vagy változó:
   ax + b = 0, ahol *a* és *b* valós számok és *a* ≠ 0.

   Megoldása: $x = -\frac{b}{a}$

9. A **másodfokú egyismeretlenes egyenlet** az alábbi alakban írható fel:
   $ax^2 + bx + c = 0 = (x - x_1)(x - x_2)$

   ahol a, b és c valós számok és a ≠ 0.

   A megoldása pedig
   $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

10. <u>Hatványozás definíciója és azonosságai</u>

   x n-edik hatványa: $x^n = x \cdot x \cdot x \cdot \ldots \ \cdot x$ ahol *n* az *x*-ek száma, *n természetes szám.*

   1. $x^n \cdot x^m = \ x^{(n+m)}$
   2. $x^n \cdot y^n = \ (x \cdot y)^n$
   3. $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$
   4. $\frac{1}{x^n} = x^{-n}$
   5. $x^0 = 1, \ x^1 = x$

11. **<u>A gyökvonás definíciója és azonosságai</u>**
   x n-edik gyöke: $\sqrt[n]{x} = y \ amennyiben \ y^n = x$ ahol *x ≥ 0, n > 0*

   1. $x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$
   2. $\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[m]{x} = \left(\sqrt[n \cdot m]{x}\right)^{n+m}$
   3. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt[n \cdot m]{x}$
   4. $\sqrt[n]{x}\sqrt[n]{y} = \ \sqrt[n]{x \cdot y}$

12. **<u>A logaritmus definíciója és azonosságai</u>**
   Az x <u>a</u> alapú logaritmusa *y* azaz röviden $\log_a x = y, \ amennyiben \ y^a = x$, ahol *a ≠1, a>0, x,y > 0* ,

   1. $\log_a x + \log_a y = \log_a(x \cdot y)$
   2. $\log_a x^c = c \cdot \log_a x$
   3. $\log_a x = \frac{\log_c x}{\log_c a}$
   4. $\log_a x - \ \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$
   5. $\log_a 1 = 0; \ \log_a a = 1$

13. **<u>Az exponenciális függvény definíciója és azonosságai</u>**

$f(x) = a^x$ függvényt exponenciális függvénynek nevezzük; a, x, y valós szám

1. $a^x \cdot a^y = a^{(x+y)}$
2. $a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$
3. $(a^x)^y = a^{x \cdot y}$
4. $\frac{1}{a^x} = a^{-x}$