

**Debreceni Egyetem  
Természettudományi és Technológiai Kar  
Matematikai Intézet**

## **OKLEVÉLKÖVETELMÉNYEK**

**MATEMATIKA**  
**ALAPKÉPZÉSI SZAK**  
(2016 kezdéssel)

## **Matematika képzés**

Az alapképzés (BSc) célja, hogy a hallgatók elsajátítsák a legfontosabb matematikai tudományterületek alapjait, olyan elméleti és alkalmazott matematikai ismeretekre tegyenek szert, amelyek pénzügyi, gazdasági, műszaki, informatikai és természettudományi területeken is alkalmazhatók. Az alapszak elvégzésével a hallgatók alapokleveles matematikus végzettséget szereznek. Ennek birtokában jó eséllyel jelenhetnek meg a munkaerőpiacon, illetve jelentkezhetnek a képzés második lépcsőjét jelentő mesterképzésben (MSc) való részvételre.

Az alapképzés során a hallgatók a matematikus, valamint az alkalmazott és gazdasági matematikus specializációk közül választhatnak. Mindkét specializáció felkészít a megfelelő mesterképzésben való részvételre, ahol a hallgatók a korábbi hagyományos egyetemi diplomának megfelelő végzettséget szerezhetnek. A matematikusképzés és az alkalmazott matematikus-képzés célja, hogy a hallgatók magas szintű matematikai műveltséggel rendelkező, valamint ezeknek a közgazdaságtanban, informatikában, műszaki tudományokban és természettudományokban való alkalmazásaiban jártas szakemberekké váljanak.

Végezetül érdemes figyelembe venni, hogy a képzés harmadik lépcsőjeként a mesterdiplomával rendelkező és a tudományos kutatás iránt elkötelezett hallgatók jelentkezhetnek a doktori iskola hároméves képzéseire, ahol PhD doktori fokozatot szerezhetnek.

## Matematika alapképzési szak

**Specializáció választása, módosítása:** Nappali tagozaton a hallgatók a 2. félév végén (általában április 15-ei határidővel) jelentkeznek a két specializáció (matematikus specializáció, alkalmazott és gazdasági matematikus specializáció) valamelyikére. Jelentkezésüket a Matematikai Intézet az első két teljesített félév után, a 3. félév megkezdése előtt bírálja el. A specializáció módosítására legkorábban a 4. félév végén kerülhet sor. A módosítás szükséges előfeltétele 90 kredit teljesítése. (Párhuzamosan két specializáció is végezhető, de mivel ennek végső kreditösszege meghaladja az államilag finanszírozott 180+10% szintet, emiatt a specializációk elvégzését igazoló diploma kiadása előtt a kredittüllépés függvényében térítési kötelezettség áll fenn.)

**Szakedolgozat:** A hallgatók szakedolgozati témát a 4. félév végén választanak.

A szakedolgozat az alapképzést lezáró, önálló munkán alapuló mű, amellyel a hallgató bizonyítja, hogy a matematika valamely területén képes a meglévő és elérhető információk összegyűjtésére, bizonyos szempontok szerinti rendszerezésére, elemzésére, illetve hogy az elméleti eredményeket konkrét problémák megoldására hatékonyan tudja alkalmazni.

A szakedolgozat témavezető irányítása mellett készül, aki a Matematikai Intézet oktatója (külső témavezető alkalmazására indokolt esetben kerülhet sor). A dolgozat terjedelme kb. 20-40 gépelt oldal, megírására a LaTeX dokumentumszerkesztő rendszer használata támogatott. A dolgozat fedőlapja tartalmazza az intézmény nevét, a dolgozat címét, készítőjének nevét a szak feltüntetésével, a témavezető nevét és beosztását. A dolgozatban kifejtett téma részletes tárgyalása mellett elvárt részként tartalmaznia kell bevezetést, tartalom- és irodalomjegyzéket. További kötelező formai követelmények és javasolt stílusfájlok a Matematikai Intézet honlapján érhetők el. A szakedolgozatról bírálat készül, illetve a dolgozatot a záróvizsgán meg kell védeni.

**Záróvizsga:** A záróvizsga szóbeli vizsga, melyet a Matematikai Intézet igazgatója által kijelölt, a Természettudományi és Technológiai Kar vezetése által jóváhagyott záróvizsga bizottság előtt kell letenni. A záróvizsga mindkét specializáció esetén ugyanazon formában kerül lebonyolításra, a záróvizsga két részből áll:

- szakmai felelet,
- szakedolgozat védeése.

A záróvizsga tételei a hallgató specializációjának megfelelő kötelező matematikai tananyagot ölelik fel. A vizsgázó a teljes tételsorból egy tételt húz, felkészülési időt követően ebből felel. Ezután a bizottság más témakörökből tehet fel további kisebb kérdéseket. A bizottság külön jeggyel értékeli a szakmai feleletet, valamint a szakedolgozatot és a szakedolgozat védeését.

### Diploma minősítése:

Az oklevél minősítése az alábbi részjegyek átlagának figyelembevételével történik:

- a tanulmányok egészére számított súlyozott tanulmányi átlag,
- a szakedolgozatra és a védeésre a záróvizsga bizottság által adott jegy átlaga,
- a szakmai felelet eredménye a záróvizsgán.

**Levelező tagozat:** A matematika BSc szakon levelező képzés csak a matematikus specializáción folyik. A levelező tagozatos tantervi háló megegyezik a nappali tagozatos matematikus specializációs tantervi hálóval. Levelező tagozaton a tantárgykódokhoz egy \_L fűződő, a féléves óraszám pedig a nappali tagozatos heti óraszám négyszerese.

## Matematikus specializáció

Az alapképzési szak megnevezése: *matematika (Mathematics)*

Szakfelelős: *Dr. Gaál István egyetemi tanár*

Szerezhető végzettségi szint és szakképzettség oklevélben szereplő megjelölése:

Végzettségi szint: *alapfokozat (BSc)*

Szakképzettség: *matematikus (Mathematician)*

### Képesítési követelmények

A szakon (specializáción) az oklevél megszerzésének általános követelményeit a DE Tanulmányi és Vizsgaszabályzata tartalmazza.

1. A matematika alapképzési szak matematikus specializációjának kreditkövetelményei (összesen 180 kredit):

- 50 kredit törzsanyag
- 47 kredit differenciált szakmai anyag
- 38 kredit specializáció kötelező tárgy
- 13 kredit specializáció választható tárgy
- 5 kredit környezettani, Európai Uniós, minőségbiztosítási ismeretek
- 8 kredit természettudományi alapismeretek
- 9 kredit szabadon választható tárgy
- 10 kredit szakdolgozat

1. Egy C típusú középfokú államilag elismert nyelvvizsga (ld. 11. oldal)

2. A testnevelési követelmények teljesítése (ld. 12. oldal)

A hálótervben egyes előadások esetén az előfeltétel oszlopában (p) megjelöléssel szerepel a tantárgy vele párhuzamosan hallgatandó, gyakorlati jeggyel záruló gyakorlata. Ebben az esetben a tárgy felvételének természetesen nem előfeltétele a gyakorlat, de vizsgázni csak a gyakorlat sikeres teljesítése esetén lehet.

**Matematika alapképzési szak, matematikus specializáció  
ajánlott háló**

Törzsanyag (mindhárom specializáción kötelező tárgyak)

Kód	Tantárgynév	Kre- dit	Heti óraszám		Szám- mon- kérés	Előfeltételek	Java- solt félév
			Tant.	Lab.			
TMBE0301	Trig. és koordináta geometria	2	2		K	TMBG0301(p)	1
TMBG0301	Trig. és koordináta geometria	2		2	Gy		1
TMBE0201	Halmazok és függvények	2	2		K	TMBG0201(p)	1
TMBG0201	Halmazok és függvények	2		2	Gy		1
TMBE0101	Algebrai alapismeretek	2	2		K	TMBG0101(p)	1
TMBG0101	Algebrai alapismeretek	2		2	Gy		1
TMBE0102	Lineáris algebra I.	2	2		K	TMBE0101, TMBG0102(p)	2
TMBG0102	Lineáris algebra I.	2		2	Gy	TMBE0101	2
TMBE0202	Bevezetés az analízisbe	4	3		K	TMBE0201, TMBG0202(p)	2
TMBG0202	Bevezetés az analízisbe	2		2	Gy	TMBE0201	2
TMBG0501	Az informatika alapjai	3			Gy		1
TMBE0103	Bev. az alg. és számelméletbe	3	2		K	TMBE0101, TMBG0103(p)	2
TMBG0103	Bev. az alg. és számelméletbe	2		2	Gy	TMBE0101	2
TMBE0104	Számelmélet I.	3	2		K	TMBE0103, TMBG0104(p)	3
TMBG0104	Számelmélet I.	2		2	Gy	TMBE0103	3
TMBE0203	Diff. és integrálszámítás	4	3		K	TMBE0202, TMBG0203(p)	3
TMBG0203	Diff. és integrálszámítás	3		3	Gy	TMBE0202	3
TMBE0302	Geometria I.	2	2		K	TMBE0301, TMBG0302(p)	2
TMBG0302	Geometria I.	2		2	Gy	TMBE0301	2
TMBE0303	Geometria II.	2	2		K	TMBE0102, TMBE0302, TMBG0303(p)	3
TMBG0303	Geometria II.	2		2	Gy	TMBE0102, TMBE0302	3

**Differenciált szakmai anyag**

Kód	Tantárgynév	Kre- dit	Heti óraszám		Szám- mon- kérés	Előfeltételek	Java- solt félév
			Tant.	Lab.			
TMBE0106	Lineáris algebra II.	3	2		K	TMBE0102, TMBG0106(p)	3
TMBG0106	Lineáris algebra II.	2		2	Gy	TMBE0102	3
TMBE0113	Algebra	3	3		K	TMBE0103, TMBG0113(p)	3
TMBG0113	Algebra	2		2	Gy	TMBE0103	3
TMBE0204	Többvált. fv. diff- és intsám.	4	3		K	TMBE0203, TMBG0204(p)	4
TMBG0204	Többvált. fv. diff- és intsám.	3		3	Gy	TMBE0203	4
TMBE0205	Mérték- és integrálmélet	3	2		K	TMBE0203	4

TMBE0207	Bev. a köz. diff.egyenletek elm.	3	2			K	TMBE0204, TMBG0207(p)	5
TMBG0207	Bev. a köz. diff.egyenletek elm.	2		2		Gy	TMBE0204	5
TMBE0305	Differenciálgeometria	3	2			K	TMBE0106, TMBE0204, TMBG0305(p)	5
TMBG0305	Differenciálgeometria	2		2		Gy	TMBE0106, TMBE0204	5
TMBE0108	Kombinatorika	3	3			K	TMBG0108(p)	1
TMBG0108	Kombinatorika	2		2		Gy		1
TMBE0401	Valószínűségszámítás	4	3			K	TMBE0205, TMBG0401(p)	5
TMBG0401	Valószínűségszámítás	2		2		Gy	TMBE0205	5
TMBE0402	Statisztika	4	3			K	TMBE0401, TMBG0402(p)	6
TMBG0402	Statisztika	2		2		Gy	TMBE0401	6

### Specializáció kötelező tárgyak

Kód	Tantárgynév	Kre- dit	Heti óraszám			Szám- mon- kérés	Előfeltételek	Java- solt félév
				Tant.	Lab.			
TMBE0105	Számelmélet és alkalmazásai	3	2			K	TMBE0104	4
TMBE0206	Komplex függvénytan	3	2			K	TMBE0204	5
TMBE0304	Konvex geometria	3	2			K	TMBE0106, TMBE0303, TMBG0304(p)	4
TMBG0304	Konvex geometria	2		2		Gy	TMBE0106, TMBE0303	4
TMBE0601	Halmazelmélet és mat. logika	3	2			K	TMBE0201, TMBG0601(p)	3
TMBG0601	Halmazelmélet és mat. logika	2		2		Gy	TMBE0201	3
TMBG0603	Bev. a mat. pr. csom. haszn.ba	2			2	Gy	TMBE0203, TMBE0102	4
TMBE0351	Bev. a projektív geometriába	3	2			K	TMBG0351(p)	1
TMBG0351	Bev. a projektív geometriába	2		2		Gy		1
TMBE0354	Elemi topológia	3	2			K	TMBE0302, TMBG0354(p)	6
TMBG0354	Elemi topológia	2		2		Gy	TMBE0302	6
TMBE0151	Fej. az elemi számelméletből	3	2			K	TMBE0104, TMBG0151(p)	5
TMBG0151	Fej. az elemi számelméletből	2		2		Gy	TMBE0104	5
TMBE0152	Fej. az algebrából	3	2			K	TMBE0113, TMBG0152(p)	4
TMBG0152	Fej. az algebrából	2		2		Gy	TMBE0113	4

**Specializáció választható tárgyak** (a felsorolt tárgyakból 13 kredit teljesítendő)

Kód	Tantárgynév	Kredit	Heti óraszám			Számmonkérés	Előfeltételek	Javasolt félév
				Tant.	Lab.			
TMBE0651	Fej. a matematika történetéből	2	2			K		1
TMBE0251	Egyenlőtlenlégek	3	2			K	TMBE0203	4
TMBE0252	Differenciászámítás	3	2			K	TMBE0203	4
TMBE0352	Bev. az ábrázoló geometriába	3	2			K	TMBG0352(p)	2
TMBG0352	Bev. az ábrázoló geometriába	2		2		Gy		2
TMBE0353	Bevezetés a Lie elméletbe	3	2			K	TMBE0106, TMBG0353(p)	4
TMBG0353	Bevezetés a Lie elméletbe	2		2		Gy	TMBE0106	4
TMBE0208	Numerikus matematika	4	3			K	TMBE0204, TMBG0208(p)	5
TMBG0208	Numerikus matematika	2		2		Gy	TMBE0204	5
TMBE0154	Alg. diofantikus egyenletek mo.	3	2			K	TMBE0105	5
TMBE0254	Iteratív fixponttételek	3	2			K	TMBE0203	4

**Természettudományi alapismeretek és környezettani, Európai Unió, minőségbiztosítási ismeretek**

Kód	Tantárgynév	Kredit	Heti óraszám			Számmonkérés	Előfeltételek	Javasolt félév
				Tant.	Lab.			
TFBE2101	A fizika alapjai I.	4	2	1		K		3
TFBE2103	A fizika alapjai II.	4	2	1		K	TFBE2101	4
TTBE0040	Környezettani alapismeretek	2	2			K		1
TTBE0030	Európai Unió ismeretek	1	1			K		1
TTBE0010	Ált. gazd. menedzsment ism.	1	1			K		3
TTBE0020	Minőségbiztosítási ismeretek	1	1			K		5

**Szakdolgozat, szabadon választható tárgyak**

Kód	Tantárgynév	Kredit	Heti óraszám			Számmonkérés	Előfeltételek	Javasolt félév
				Tant.	Lab.			
TMBG0691	Szakdolgozat 1.	5				Gy	TMBE0102, TMBE0103, TMBE0202, TMBE0302	5
TMBG0692	Szakdolgozat 2.	5				Gy	TMBG0691	6
	Szabadon választható	9						

Ajánlott szabadon választható tárgyak: a matematika BSc alkalmazott és gazdasági matematikus specializációján meghirdetett, matematikus specializációt teljesítők számára nem kötelező tárgyak. (Ide számolható el a kötelező szaknyelvi félév is.)

## Alkalmazott és gazdasági matematikus specializáció

Az alapképzési szak megnevezése: *matematika (Mathematics)*

Szakfelelős: *Dr. Gaál István egyetemi tanár*

Szerezhető végzettségi szint és szakképzettség oklevélben szereplő megjelölése:

Végzettségi szint: *alapfokozat (BSc)*

Szakképzettség: *matematikus (Mathematician)*

### Képesítési követelmények

A szakon (specializáción) az oklevél megszerzésének általános követelményeit a DE Tanulmányi és Vizsgaszabályzata tartalmazza.

1. A matematika alapképzési szak alkalmazott és gazdasági matematikus specializációjának kreditkövetelményei (összesen 180 kredit):

- 50 kredit törzsanyag
- 47 kredit differenciált szakmai anyag
- 38 kredit specializáció kötelező tárgy
- 13 kredit specializáció választható tárgy
- 5 kredit környezettani, Európai Unió, minőségbiztosítási ismeretek
- 8 kredit természettudományi alapismeretek
- 9 kredit szabadon választható tárgy
- 10 kredit szakdolgozat

1. Egy C típusú középfokú államilag elismert nyelvvizsga (ld. 11. oldal)

2. A testnevelési követelmények teljesítése (ld. 12. oldal)

A hálótervben egyes előadások esetén az előfeltétel oszlopában (p) megjelöléssel szerepel a tantárgy vele párhuzamosan hallgatandó, gyakorlati jeggyel záruló gyakorlata. Ebben az esetben a tárgy felvételének természetesen nem előfeltétele a gyakorlat, de vizsgázni csak a gyakorlat sikeres teljesítése esetén lehet.



## Matematika alapképzési szak, alkalmazott és gazdasági matematikus specializáció ajánlott háló

Törzsanyag (mindhárom specializáción kötelező tárgyak)

Kód	Tantárgynév	Kre- dit	Heti óraszám		Szám- mon- kérés	Előfeltételek	Java- solt félév
			Tant.	Lab.			
TMBE0301	Trig. és koordináta geometria	2	2		K	TMBG0301(p)	1
TMBG0301	Trig. és koordináta geometria	2		2	Gy		1
TMBE0201	Halmazok és függvények	2	2		K	TMBG0201(p)	1
TMBG0201	Halmazok és függvények	2		2	Gy		1
TMBE0101	Algebrai alapismeretek	2	2		K	TMBG0101(p)	1
TMBG0101	Algebrai alapismeretek	2		2	Gy		1
TMBE0102	Lineáris algebra I.	2	2		K	TMBE0101, TMBG0102(p)	2
TMBG0102	Lineáris algebra I.	2		2	Gy	TMBE0101	2
TMBE0202	Bevezetés az analízisbe	4	3		K	TMBE0201, TMBG0202(p)	2
TMBG0202	Bevezetés az analízisbe	2		2	Gy	TMBE0201	2
TMBG0501	Az informatika alapjai	3			Gy		1
TMBE0103	Bev. az alg. és számelméletbe	3	2		K	TMBE0101, TMBG0103(p)	2
TMBG0103	Bev. az alg. és számelméletbe	2		2	Gy	TMBE0101	2
TMBE0104	Számelmélet I.	3	2		K	TMBE0103, TMBG0104(p)	3
TMBG0104	Számelmélet I.	2		2	Gy	TMBE0103	3
TMBE0203	Diff. és integrálszámítás	4	3		K	TMBE0202, TMBG0203(p)	3
TMBG0203	Diff. és integrálszámítás	3		3	Gy	TMBE0202	3
TMBE0302	Geometria I.	2	2		K	TMBE0301, TMBG0302(p)	2
TMBG0302	Geometria I.	2		2	Gy	TMBE0301	2
TMBE0303	Geometria II.	2	2		K	TMBE0102, TMBE0302, TMBG0303(p)	3
TMBG0303	Geometria II.	2		2	Gy	TMBE0102, TMBE0302	3

### Differenciált szakmai anyag

Kód	Tantárgynév	Kre- dit	Heti óraszám		Szám- mon- kérés	Előfeltételek	Java- solt félév
			Tant.	Lab.			
TMBE0106	Lineáris algebra II.	3	2		K	TMBE0102, TMBG0106(p)	3
TMBG0106	Lineáris algebra II.	2		2	Gy	TMBE0102	3
TMBE0113	Algebra	3	3		K	TMBE0103, TMBG0113(p)	3
TMBG0113	Algebra	2		2	Gy	TMBE0103	3
TMBE0204	Többvált. fv. diff- és intsám.	4	3		K	TMBE0203, TMBG0204(p)	4
TMBG0204	Többvált. fv. diff- és intsám.	3		3	Gy	TMBE0203	4
TMBE0205	Mérték- és integrálmélet	3	2		K	TMBE0203	4

TMBE0207	Bev. a köz. diff.egyenletek elm.	3	2			K	TMBE0204, TMBG0207(p)	5
TMBG0207	Bev. a köz. diff.egyenletek elm.	2		2		Gy	TMBE0204	5
TMBE0305	Differenciálgeometria	3	2			K	TMBE0106, TMBE0204, TMBG0305(p)	5
TMBG0305	Differenciálgeometria	2		2		Gy	TMBE0106, TMBE0204	5
TMBE0108	Kombinatorika	3	3			K	TMBG0108(p)	1
TMBG0108	Kombinatorika	2		2		Gy		1
TMBE0401	Valószínűségszámítás	4	3			K	TMBE0205, TMBG0401(p)	5
TMBG0401	Valószínűségszámítás	2		2		Gy	TMBE0205	5
TMBE0402	Statisztika	4	3			K	TMBE0401, TMBG0402(p)	6
TMBG0402	Statisztika	2		2		Gy	TMBE0401	6

### Specializáció kötelező tárgyak

Kód	Tantárgynév	Kre- dit	Heti óraszám		Szá- mon- kérés	Előfeltételek	Java- solt félév	
			Tant.	Lab.				
TMBE0105	Számelmélet és alkalmazásai	3	2		K	TMBE0104	4	
TMBE0153	Kriptográfia alapjai	4	2	1	K	TMBE0105	5	
TMBE0451	Bev. a pénzügyi matematikába	3	2		K	TMBE0401, TMBG0451(p)	6	
TMBG0451	Bev. a pénzügyi matematikába	2		2	Gy	TMBE0401	6	
TMBE0253	Gazdasági matematika	3	2		K	TMBE0204	5	
TMBE0208	Numerikus matematika	4	3		K	TMBE0204, TMBG0208(p)	5	
TMBG0208	Numerikus matematika	2		2	Gy	TMBE0204	5	
TMBE0602	Lineáris programozás	3	2		K	TMBE0106, TMBG0602(p)	4	
TMBG0602	Lineáris programozás	2		2	Gy	TMBE0106	4	
TMBG0306	Komputergeometria	3			3	Gy	TMBG0501, TMBE0303	4
TMBG0109	Algebrai algoritmusok	2		2		Gy	TMBG0501, TMBE0113	4
TMBG0110	Számelméleti algoritmusok	2		2		Gy	TMBG0501, TMBE0104	5
TMBG0209	Analízis számítógéppel	3			3	Gy	TMBG0501, TMBE0208	6
TMBG0403	Statisztika számítógéppel	2			2	Gy	TMBG0501, TMBE0401	6

**Specializáció választható tárgyak** (a felsorolt tárgyakból 13 kredit teljesítendő)

Kód	Tantárgynév	Kredit	Heti óraszám			Számmonkérés	Előfeltételek	Javasolt félév
				Tant.	Lab.			
TMBE0651	Fej. a matematika történetéből	2	2			K		1
TMBE0251	Egyenlőtlenlégek	3	2			K	TMBE0203	4
TMBE0252	Differenciászámítás	3	2			K	TMBE0203	4
TMBE0354	Elemi topológia	3	2			K	TMBE0302, TMBG0354(p)	4
TMBG0354	Elemi topológia	2		2		Gy	TMBE0302	4
TMBE0353	Bevezetés a Lie elméletbe	3	2			K	TMBE0106, TMBG0353(p)	4
TMBG0353	Bevezetés a Lie elméletbe	2		2		Gy	TMBE0106	4
TMBE0154	Alg. diofantikus egyenletek mo.	3	2			K	TMBE0105	5
TMBE0254	Iteratív fixponttételek	3	2			K	TMBE0203	4

**Természettudományi alapismeretek és környezettani, Európai Unió, minőségbiztosítási ismeretek**

Kód	Tantárgynév	Kredit	Heti óraszám			Számmonkérés	Előfeltételek	Javasolt félév
				Tant.	Lab.			
TFBE2101	A fizika alapjai I.	4	2	1		K		3
TFBE2103	A fizika alapjai II.	4	2	1		K	TFBE2101	4
TTBE0040	Környezettani alapismeretek	2	2			K		1
TTBE0030	Európai Unió ismeretek	1	1			K		1
TTBE0010	Ált. gazd. menedzsment ism.	1	1			K		3
TTBE0020	Minőségbiztosítási ismeretek	1	1			K		5

**Szakedolgozat, szabadon választható tárgyak**

Kód	Tantárgynév	Kredit	Heti óraszám			Számmonkérés	Előfeltételek	Javasolt félév
				Tant.	Lab.			
TMBG0695	Szakedolgozat 1.	5				Gy	TMBE0102, TMBE0103, TMBE0202, TMBE0302	5
TMBG0696	Szakedolgozat 2.	5				Gy	TMBG0695	6
	Szabadon választható	9						

Ajánlott szabadon választható tárgyak: a matematika BSc matematikus specializációján meghirdetett, alkalmazott és gazdasági matematikus specializációt teljesítők számára nem kötelező tárgyak, kivéve a Bevezetés a matematikai programcsomagok használatába tárgyat. (Ide számolható el a kötelező szaknyelvi félév is.)

## Idegennyelvoktatás és vizsgakövetelmények a TTK alapszakjain

A matematika alapképzési szakos hallgatók számára az oklevél megszerzésének feltétele egy államilag elismert legalább középfokú (B2 szintű) komplex (C típusú, szóbeli+írásbeli) nyelvvizsga az angol, francia, német, olasz, orosz, spanyol nyelvek valamelyikéből.

Képesítési követelmény a szaknyelvi félév teljesítése is.

A Kar finanszírozott formában kínál hallgatói részére két középfokú (B2) nyelvvizsgára előkészítő félévet (írásbeli és szóbeli nyelvvizsgára előkészítő nyelvi féléveket), valamint egy kötelező szaknyelvi félévet.

A Kar hallgatói számára a nyelvi képzést a TTK Nyelvtanári Csoportja biztosítja angol, német, francia, orosz és olasz nyelvből.

A diploma megszerzésének előfeltételeként előírt idegennyelvi kritérium teljesítését segítő a Kar az alábbi kurzusokat kínálja a hallgatók számára:

1. modul: kezdő szint (A1) (térítéses)
2. modul: középhaladó (A2) (térítéses)
3. modul: középhaladó (B1) (térítéses)
4. modul: szóbeli nyelvvizsga előkészítő (B2) (finanszírozott)
5. modul: írásbeli nyelvvizsga előkészítő (B2) (finanszírozott)
6. modul: szaknyelvi félév (B2) (finanszírozott, kötelező)

Az idegennyelvi képzésbe az első félév elején megírandó szintfelmérő teszt kitöltése után lehet bekapcsolódni. A teszt eredménye alapján kerülnek a hallgatók besorolásra az első öt szint megfelelőjére.

- A teljesen kezdő szintről induló 1. modul angol, német, francia, orosz, olasz nyelvekből a páratlan félévekben indul és három modulon keresztül továbbmenő, egymásra épülő rendszerben térítéses, akkreditált felnőttképzési formában folyik.
- Nyelvtanulásnál célszerű a már középiskolában is tanult nyelvet választani, mivel az egyetem által finanszírozott nyelvoktatás középszinten indul (4. modul). A TTK-n finanszírozott formában angol, német, francia, orosz és olasz nyelvi kurzusok választhatók.
- A finanszírozott formában szervezett nyelvvizsga előkészítő kurzusokra (4., 5. modul) a hallgatók felvételi teszt sikeres megírásával kerülhetnek be.
- Amennyiben a hallgatók további nyelvvizsga előkészítő kurzust kívánnak igénybe venni, azt a 4. vagy az 5. modul térítés ellenében történő újbóli felvételével tehetik meg.
- A nyári hónapokban (július közepéig és augusztus 20. után) igény szerint, térítésmentesen vehetnek részt a Kar nyelvvizsgával még nem rendelkező hallgatói intenzív nyelvvizsga felkészítő kurzusokon.

Azon hallgatók, akik a diploma megszerzéséhez szükséges nyelvvizsga érdekében vesznek fel a fentiek közül nyelvi kurzus(oka)t, a sikeres teljesítésért maximum 3 féléven keresztül (4 óra/hét) gyakorlati jegyet, valamint a szabadon választható kreditek terhére 2-2 kreditet kaphatnak.

Az egy nyelvből már nyelvvizsgával rendelkezők számára csak másik idegen nyelvből szerezhető kredit (a szabadon választott tárgyak kreditkeretének terhére és kreditkeretéig).

Az egy féléves szaknyelvi kurzus (6. modul) teljesítése (2 kredit) az alapképzésben résztvevő minden TTK-s hallgató számára kötelező. A szaknyelvi kurzus felvétele a 3. félévnél előbb nem lehetséges. Páratlan félévekben elsősorban a középfokú nyelvvizsgával már rendelkező hallgatók számára hirdetünk szaknyelvi félévet, páros félévekben pedig a nyelvvizsgával még nem rendelkezők részére. A szaknyelvi félév finanszírozott formában zajlik, az óralátogatás kötelező.

## **Testnevelés**

A Debreceni Egyetem alapképzésben (BSc, BA) résztvevő hallgatóinak két féléven keresztül heti két óra testnevelési foglalkozáson való részvétel kötelező.

A testnevelési követelmények teljesítése a végbizonyítvány (abszolutórium) kiállításának feltétele.

A testnevelési követelmények kiválthatók

- minősített versenysport-tevékenységgel,
- regisztrálható egyetemi sportszolgáltatások igénybevételével,
- regisztrálható egyetemi sporttevékenységgel,
- a sportigazgatóság, illetve a testnevelési csoportok által szervezett sportrendezvények keretében.

A felmentési és az elfogadási kérelmeket a sportigazgató és a testnevelési csoportok vezetői bírálják el.

# Tantárgyi tematikák

## **Törzsanyag:**

(mindegyik specializáción kötelezően teljesítendő tárgyak)

### **TMBE0301, TMBG0301**

**A tantárgy neve: Trigonometria és koordináta geometria**

**2+2 óra, 4 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: nincs**

A szögfüggvények geometriai értelmezése és alapvető tulajdonságai. Addíciós tételek. A szinusz- és tangenstétel. Trigonometrikus egyenletek és egyenlőtlenségek. A vektor fogalma. Műveletek vektorokkal, műveleti tulajdonságok. Lineáris függőség, függetlenség, bázis, koordináták, osztóviszony, baricentrikus koordináták. Súlyozott pontrendszerek. A vektorok skaláris szorzása, a koszinusztétel. Vektorok vektoriális és vegyes szorzata. Sík- és térbeli egyenesek paraméteres előállításai és egyenletei. Körök és gömbök egyenletei. Az ellipszis, hiperbola és parabola értelmezése és egyenletei. Polárkoordináták, kúpszeletek fokális egyenletei.

#### **Irodalom:**

Pogács Ferenc: Vektorok, koordináta geometria, trigonometria, Typotex, 1998.

Hajós György: Bevezetés a geometriába, Tankönyvkiadó, 1962.

V. T. Baziljev, K. I. Dunyicsev, V. P. Ivanyickaja: Geometria I., Tankönyvkiadó, 1985.

### **TMBE0201, TMBG0201**

**A tantárgy neve: Halmazok és függvények**

**2+2 óra, 4 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: nincs**

Halmazelméleti alapok. Relációk. Ekvivalencia-, rendezési és függvény reláció. Alapvető fogalmak parciálisan rendezett halmazokban, Tarski fixponttétele. Halmazok számossága, Cantor tétele és a Schröder-Bernstein-tétel. A valós számok axiómarendszere, fontosabb következmények. A valós számok nevezetes részhalmazai: természetes számok, egész számok, racionális számok és irracionális számok. A valós számok meghatározottsági tulajdonsága. Az  $n$ -edik gyök létezése és egyértelmősége,  $p$ -adikus törtek. Nevezetes egyenlőtlenségek. A komplex számok teste. Számhalmazok számossága.

#### **Irodalom:**

Császár Ákos: Valós analízis I., Nemzeti Tankönyvkiadó, 1999.

Lajkó Károly: Analízis I., Debreceni Egyetem Matematikai és Informatikai Intézet, 2000.

Leindler László, Schipp Ferenc: Analízis I., Tankönyvkiadó, 1990.

Walter Rudin: A matematikai analízis alapjai, Műszaki Könyvkiadó, 1978.

Székelyhidi László: Halmazok és függvények, Palotadoktor Bt., 2008.

### **TMBE0101, TMBG0101**

**A tantárgy neve: Algebrai alapismeretek**

**2+2 óra, 4 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: nincs**

Elemi algebrai azonosságok: két tag összegének (különbségének) négyzete, köbe. Az  $n$ -edik hatványok különbségének szorzattá alakítása. A racionális kitevőjű hatvány fogalma, a hatványozás azonosságai (bizonyításokkal együtt). Műveletek és tulajdonságaik. Relációk és tulajdonságaik. Egész számok oszthatósága, prímszám, összetett szám, prímtényező alak, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Polinomok és racionális törtfüggvények, parciális törtekre bontás. Polinomok osztása. Többszörös gyökök, gyöktényező alak. Másodfokú egyenlet gyöktényező alakja. Egyenletek megoldásai. Speciális harmad- és negyedfokú egyenletek. Abszolútértékes egyenletek. Gyökös egyenletek. Két- és háromismeretlenes egyenletrendszerek.

#### **Irodalom:**

Szendrei János: Algebra és számelmélet, Tankönyvkiadó, 1978.

Matematika speciális tantervű osztályok részére III.-IV. évfolyam, Tankönyvkiadó.

Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából, Tankönyvkiadó.

Kiss Emil: Bevezetés az algebraiba, Typotex, 2007.

### **TMBE0102, TMBG0102**

**A tantárgy neve: Lineáris algebra I.**

**2+2 óra, 4 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: Algebrai alapismeretek**

Vektortér, bázis, dimenzió, alterek. Faktortér, direkt összeg. Lineáris leképezések, transzformációk, mátrixuk. Képtér, magtér. Determináns, kifejtési tétel. A mátrixok algebraja, invertálhatóság, rang. Lineáris egyenletrendszerek, megoldhatóság, Cramer-szabály. Sajátérték, sajátvektor, karakterisztikus polinom.

#### **Irodalom:**

Gaál István, Kozma László: Lineáris algebra, Kossuth Egyetemi Kiadó, 2004.

Freud Róbert: Lineáris algebra, ELTE Eötvös Kiadó, 1998.

P. R. Halmos: Véges dimenziós vektorterek, Műszaki Könyvkiadó, 1984.

Kovács Zoltán: Feladatgyűjtemény lineáris algebra gyakorlatokhoz, Kossuth Egyetemi Kiadó, 1998.

Rózsa Pál: Lineáris algebra és alkalmazásai, Műszaki Könyvkiadó, 1974.

**TMBE0202, TMBG0202****A tantárgy neve: Bevezetés az analízisbe****3+2 óra, 6 kredit, K, Gy****Előfeltétele: Halmazok és függvények**

Valós számsorozatok konvergenciája. Konvergencia, korlátosság és monotonitás kapcsolata. A Bolzano-Weierstrass-tétel és a Cauchy-féle konvergenciakritérium. Konvergencia és műveletek, határérték és rendezés kapcsolata. Nevezetes sorozatok, az Euler-féle szám. Sorozat torlódási pontja, alsó és felső határértéke. Alkalmazások. Komplex számsorozatok konvergenciája. Bolzano-Weierstrass-tétel, Cauchy-kritérium komplex sorozatokra. Konvergencia és műveletek kapcsolata. Komplex számsorok, abszolút és feltételes konvergencia. Sorösszegzés és műveletek, csoportosított és átrendezett sorok. Riemann tétele. Komplex mértani sor, az összehasonlító, gyök- és hányadoseszt. Abel-féle formula, Dirichlet, Leibniz és Abel tételei. Cauchy-féle szorzatsor, Mertens-tétel. Függvénysorozatok és függvényesorok pontonkénti és egyenletes konvergenciája. Az egyenletes konvergencia Cauchy-féle kritériuma és Weierstrass-féle elegendő feltétele. Hatványsorok, a Cauchy-Hadamard-tétel. Elemi függvények és addíciós tételeik. Metrikus terek, normált terek, Banach-terek, euklideszi terek. Alapfogalmak metrikus terekben. Ekvivalens metrikák és ekvivalens normák. A kompaktság Hausdorff-féle jellemzése. Euklideszi terek speciális normái. A Bolzano-Weierstrass-tétel és a Heine-Borel-tétel. Folytonosság és átviteli elv metrikus terekben. Folytonosság és műveletek, összetett függvény folytonossága. Kompaktság és folytonosság, összefüggőség és folytonosság kapcsolata. Folytonos bijekciók kompakt halmazon. Egyenletes folytonosság és jellemzése.

**Irodalom:**

Császár Ákos: Valós analízis I., Nemzeti Tankönyvkiadó, 1999.

Lajkó Károly: Analízis I., Debreceni Egyetem Matematikai és Informatikai Intézet, 2000.

Leindler László, Schipp Ferenc: Analízis I., Tankönyvkiadó, 1990.

Walter Rudin: A matematikai analízis alapjai, Műszaki Könyvkiadó, 1978.

Székelyhidi László: Bevezetés az analízisbe, Palotadoktor Bt., 2009.

**TMBG0501****A tantárgy neve: Az informatika alapjai****0+3 óra, 3 kredit, Gy****Előfeltétele: nincs**

A LaTeX dokumentumszerkesztő rendszer használatának alapjai, közönséges és szakmai szövegek formázása, matematikai képletek, táblázatok és képek beillesztése, tartalom- és irodalomjegyzék, prezentáció készítése. A Maple komputeralgebrai programcsomag szintaktikája, alapvető parancsok, elemi matematikai számítások Maple-ben, a Maple programozásának alapjai.

**Irodalom:**

Wettl Ferenc, Mayer Gyula, Szabó Péter: LaTeX kézikönyv, Panem Kiadó, 2004.

Molnárka Győző, Gergő Lajos, Wettl Ferenc, Horváth András, Kallós Gábor: A Maple V és alkalmazásai, Springer Hungarica Kiadó Kft., 1996.

**TMBE0103, TMBG0103****A tantárgy neve: Bevezetés az algebra és számelméletbe****2+2 óra, 5 kredit, K, Gy****Előfeltétele: Algebrai alapismeretek**

Természetes számok, egész számok, racionális számok. Rendezés. Komplex számok, egységgyökök. Harmad- és negyedfokú egyenletek megoldása. Polinomok gyökei. Az algebra alaptétele. Egyértelmű irreducibilis faktorizáció a komplex test feletti polinomgyűrűben. Irreducibilis polinomok a racionális, valós és komplex együtthatós polinomok gyűrűjében. Az oszthatóság és tulajdonságai a komplex test feletti polinomgyűrűben. Műveletek, műveletek tulajdonságai, alapvető algebrai struktúrák, példák, alkalmazások. Gyűrű feletti polinomgyűrűk. Többhatározatlanú polinomok gyűrűje, szimmetrikus polinomok. Hányadosrest. Test feletti racionális függvénytest.

**Irodalom:**

Szendrei János: Algebra és számelmélet, Tankönyvkiadó, 1978.

Szendrei Ágnes: Diszkrét matematika, Polygon, 1994.

Turjányi Sándor: Algebra és számelmélet előadásjegyzet (nyomtatott egyetemi segédanyag).

Sárközy András, Surányi János: Számelmélet feladatgyűjtemény, Nemzeti Tankönyvkiadó.

D. K. Fagyjev, I. Sz. Szominszkij: Felsőfokú algebrai példatár, Typotex, 2000.

Kiss Emil: Bevezetés az algebra, Typotex, 2007.

**TMBE0104, TMBG0104****A tantárgy neve: Számelmélet I.****2+2 óra, 5 kredit, K, Gy****Előfeltétele: Bevezetés az algebra és számelméletbe**

Lineáris kongruenciák, kongruenciarendszerek és lineáris diofantikus egyenletek. Euler-Fermat-tétel. Klasszikus kongruencia tételek. Számelméleti függvények. Elemi prímszámelmélet, prímek száma, prímek reciprokainak összege. Irracionális és racionális számok kapcsolata, algebrai és transzcendens számok, nevezetes számelméleti problémák.

**Irodalom:**

Freud Róbert, Gyarmati Edit: Számelmélet, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2004.

Erdős Pál, Surányi János: Válogatott fejezetek a számelméletből, Polygon, 1996.

Sárközy András, Surányi János: Számelmélet feladatgyűjtemény, Nemzeti Tankönyvkiadó.

**TMBE0203, TMBG0203****A tantárgy neve: Differenciál- és integrálszámítás****3+3 óra, 7 kredit, K, Gy****Előfeltétele: Bevezetés az analízisbe**

Függvények határértéke, átviteli elv. Cauchy-kritériumok, határérték és műveletek, határérték és rendezés. Határérték és egyenletes konvergencia, folytonosság és egyenletes konvergencia kapcsolata, Dini tétele. Jobb- és baloldali határérték, szakadási helyek, elsőfajú szakadási helyek osztályozása, monoton függvények határérték tulajdonságai. Nevezetes határértékek, a  $\pi$  bevezetése. Elemi függvényekből származó függvények. Differenciálhatóság és lineáris approximálhatóság. Differenciálhatóság és folytonosság, differenciálhatóság és műveletek, lánc-szabály és az inverzfüggvény differenciálhatósága. Lokális szélsőérték, Fermat-elv. A Rolle-, Lagrange-, Cauchy- és Darboux-féle középértéktétel. L'Hospital-szabályok. Többszöri differenciálhatóság, Taylor-tétel, monotonitás és differenciálhatóság, szélsőérték magasabbrendű feltétele. Konvex függvények. Primitív függvény fogalma, alapintegrálok, integrálási szabályok. Riemann-integrál és integrálhatósági kritériumok, az integrál tulajdonságai és integrálási módszerek. Az integrálható függvények főbb osztályai. Egyenlőtlenségek, középértéktételek Riemann-integrálra. A Newton-Leibniz-tétel és a felsőhatár-függvény tulajdonságai. A Riemann-integrálhatóság és az egyenletes konvergencia kapcsolata. A Lebesgue-kritérium. Improprius Riemann-integrál és kritériumai.

**Irodalom:**

Császár Ákos: Valós analízis I.–II., Nemzeti Tankönyvkiadó, 1999.

Lajkó Károly: Analízis II., Debreceni Egyetem Matematikai és Informatikai Intézet, 2003.

Leindler László, Schipp Ferenc: Analízis I., Tankönyvkiadó, 1990.

Makai Imre: Differenciál- és integrálszámítás, Tankönyvkiadó, 1992.

Walter Rudin: A matematikai analízis alapjai, Műszaki Könyvkiadó, 1978.

Szász Pál: A differenciál- és integrálszámítás elemei I., Typotex Kiadó, 2000.

Székelyhidi László: Differenciál- és integrálszámítás, Palotadoktor Bt., 2009.

**TMBE0302, TMBG0302****A tantárgy neve: Geometria I.****2+2 óra, 4 kredit, K, Gy****Előfeltétele: Trigonometria és koordináta geometria**

Tételek kölcsönös helyzete, párhuzamossága, távolság- és szögmérés. Sokszögek belső szögeinek összege. Háromszögek egybevágósága. A párhuzamos szelők tételei, háromszögek hasonlósága. Egybevágósági transzformációk: eltolás, forgatás. Az irányítás szemléletes fogalma a síkon. Az egybevágóság és a hasonlóság általános fogalma: izometriák és hasonlósági transzformációk. Az euklideszi sík izometriacsoportja. A térizometriák áttekintése. Hasonlósági transzformációk síkban és térben. A területmérés axiómái. Jordan-mérték. A kör és részeinek területe. Hasonló alakzatok területe. Elemi kerületfogalom. A körív hossza. A térfogatmérés axiómái – a Cavalieri elv. Hasáb és henger. Gúla és kúp. A gömb és részeinek térfogata. Hasonló alakzatok térfogata. Elemi felszínfogalom. A gömb és részeinek felszíne. A gömbi geometria elemei. Gömbháromszögtan. A gömb szögtartó leképezése a síkra: a sztereografikus projekció. Gömbre és körre vonatkozó inverzió. Pont körre és gömbre vonatkozó hatványa. Hatványvonal és hatványsík. Euklideszi szerkesztések. Nevezetes szerkesztések. Kúpszeletek definíciója, geometriai tulajdonságaik. Származtatásuk a forgáskúp síkmetszeteként.

**Irodalom:**

Hajós György: Bevezetés a geometriába, Tankönyvkiadó, Budapest, 1962.

H. S. M. Coxeter: A geometriák alapjai, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1973.

Kovács Zoltán: Geometria, Kossuth Egyetemi Kiadó, Debrecen, 1999.

Szilasi József: Geometria I., KLTE TTK, Debrecen, 1990.



**TMBE0303, TMBG0303**

**A tantárgy neve: Geometria II.**

**2+2 óra, 4 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: Lineáris algebra I., Geometria I.**

Geometriai alakzatok implicit és paraméteres megadása: görbék, felületek. Néhány felülettípus: vonalfelületek, forgásfelületek, másodrendű felületek. Sík, henger, forgáskúp és gömb. Kombinatorikus, diszkrét és konvex geometria. Konvex halmaz, konvex burok. Poliéderek szemléletes fogalma. Konvex poliéderek. Euler-tétel. Szabályos sokszögek és szabályos konvex poliéderek. Affin geometria. Az affin párhuzamossági axióma. Desargues-tételek. Affin transzformációk. Síkbeli affinitások, tengelyes affinitás. Síkbeli affinitás megadása. Az affin leképezések alaptétele. Fixponttételek. Az affin transzformációk osztályozása a síkon. A projektív sík vektortér modellje. Projektív transzformációk. Projektív Desargues és Papposz tétel. Párhuzamos és centrális vetítés. Az affin sík/tér projektív lezárása. Perspektivitások és projektivitások.

Irodalom:

Hajós György: Bevezetés a geometriába, Tankönyvkiadó, Budapest, 1962.

Radó Ferenc, Orbán Béla: A geometria mai szemmel, Dacia Könyvkiadó, Kolozsvár, 1981.

M. Berger: Geometry I-II, Springer-Verlag, Berlin, 1987.

M. Audin: Geometry, Springer-Verlag, Berlin, 2003.

## **Környezettani, Európai Unió, minőségbiztosítási ismeretek**

(mindegyik specializáción kötelezően teljesítendő tárgyak)

**TTBE0040**

**A tantárgy neve: Környezettani alapismeretek**

**2+0 óra, 2 kredit, K**

**Előfeltétele: nincs**

A környezet fogalma és elemei. Élő és élettelen környezeti tényezők: a talaj, a vízburok, a légkör; az élővilág szerveződése, ökológiai alapozás. Globális környezeti rendszerek. Az ember környezet átalakító tevékenységének történeti fejlődése, hatásai és következményei, a környezeti krízis. Környezeti problémák, környezetterhelés, biológiai indikáció. Környezetszennyezés és hatása. A globális éghajlatváltozás és hatása a bioszférára. Környezeti erőforrások és védelmük. A környezetvédelem fogalma és fő tevékenységi területei. Rendszer szemlélet környezetvédelmi érvényesítése. A környezeti rendszerek állapota, védelme, a fenntarthatóság, energiahatékonyság, az anyagok újrahasznosítása. Lokális, regionális, kontinentális és globális szemléletű környezetközpontú gondolkodás.

Irodalom:

Kerényi A.: Általános környezetvédelem. Globális gondok, lehetséges megoldások, Mozaik Oktatási Stúdió, Szeged, 1998.

Lakatos Gy., Nyizsnyánszky F.: A környezeti elemek és folyamatok természettudományos és társadalomtudományos vonatkozásai, Unit 1, EDE TEMPUS S-JEP 12428/97, Debrecen, 1999.

Mészáros E.: A környezettudomány alapjai, Akadémiai Kiadó, Budapest, 2001.

Kerényi A.: Környezettan. Természet és társadalom – globális szempontból, Mezőgazda Kiadó, Budapest, 2003.

A. R. W. Jackson, J. M. Jackson: Environmental Science. The natural environment and human impact, Longman, Singapore, 1996.

**TTBE0030**

**A tantárgy neve: Európai Unió ismeretek**

**1+0 óra, 1 kredit, K**

**Előfeltétele: nincs**

Az EU intézményrendszerének bemutatása során betekintést nyernek az integrációban zajló reformfolyamatokra. Különös hangsúlyt kap az Unió bővítésének folyamata, az ötödik bővítési fázis egyedi vonásai és Magyarország Európai Uniói tagsága.

Irodalom:

Farkas B., Várnay E.: Bevezetés az Európai Unió tanulmányozásába, JATE Press Kiadó, Szeged, 1997.

Palánkai T.: Az európai integráció gazdaságtana, Aula Kiadó, Budapest, 2001.

Horváth Z.: Kézikönyv az Európai Unióról, Akadémiai Kiadó, 2003.

### **TTBE0010**

**A tantárgy neve: Általános gazdasági és menedzsment ismeretek**

**1+0 óra, 1 kredit, K**

**Előfeltétele: nincs**

A természettudományos alapismereteket elsajátító és B.Sc. képzésben résztvevő hallgatók e tárgy keretében ismerkednek meg a vezetéstudomány történeti kialakulásával, a vállalkozások menedzsment elméleti alapösszefüggéseivel. Általános oktatási célkitűzés, hogy a különböző menedzselési technikák fejlődésének megismerésével felkészüljenek a specifikus menedzsment módszerek (pl. projekt menedzsment, változásmenedzsment, marketing menedzsment, innovációmenedzsment, válságmenedzsment, finansziális menedzsment) megértésére, elsajátítására és alkalmazására. Féléves tanulmányaik során megismerik a menedzselés eszközeit, technikai, informatikai és humánfeltételeit.

Irodalom:

Gyökér Irén: Menedzsment A2, Oktatási segédanyag, BGME.

Papp Péter: Vezetési ismeretek és rendszerek, TK., 1998.

Kocsis József: Menedzsment műszakiaknak, Műszaki Kiadó, 1994.

Dinnyés János: A vezetés alapja, Gödöllő, 1993.

Csáth Magdolna: Stratégiai tervezés és vezetés, Vezetési szakkönyvsorozat, 1993.

Terry Anderson: Az átalakító vezetés, HELFEN, 1992.

William Hitt: A mestervezető, OMIKK, 1990.

### **TTBE0020**

**A tantárgy neve: Minőségbiztosítási ismeretek**

**1+0 óra, 1 kredit, K**

**Előfeltétele: nincs**

A tárgy célja megismertetni a hallgatókat a minőségbiztosítás lényegével, az integrált ISO szabványrendszerrel, a TQM-mel és az ISO 9001:2000 szabvány követelményeivel. A minőségbiztosítás története. Az országos szabványok (MSZ). Az integrált ISO-szabványok és jelentőségük. A TQM lényege és szerepe a minőségbiztosításban. Az ISO 9001:2000 szabvány követelményeinek ismertetése.

Irodalom:

Dr. Koczor Zoltán: Bevezetés a minőségügybe, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1999.

Minőségirányítási rendszerek. Követelmények (MSZ EN ISO 9001:2001).

### **Differenciált szakmai anyag:**

(a matematikus illetve az alkalmazott és gazdasági matematikus specializáción kötelezően teljesítendő tárgyak)

### **TMBE0106, TMBG0106**

**A tantárgy neve: Lineáris algebra II.**

**2+2 óra, 5 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: Lineáris algebra I.**

Sajátérték, sajátaltér, invariáns altér. Karakterisztikus polinom. Bilineáris formák és kvadratikus alakok. Euklideszi terek, ortonormált bázis, altér ortogonális komplementuma. Önadjungált és ortogonális transzformációk. Főtengely-transzformáció.

Irodalom:

Gaál István, Kozma László: Lineáris algebra, Kossuth Egyetemi Kiadó, 2004.

Freud Róbert: Lineáris algebra, ELTE Eötvös Kiadó, 1998.

P. R. Halmos: Végés dimenziós vektorterek, Műszaki Könyvkiadó, 1984.

Kovács Zoltán: Feladatgyűjtemény lineáris algebra gyakorlatokhoz, Kossuth Egyetemi Kiadó, 1998.

Rózsa Pál: Lineáris algebra és alkalmazásai, Műszaki Könyvkiadó, 1974.

### **TMBE0113, TMBG0113**

**A tantárgy neve: Algebra**

**3+2 óra, 5 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: Bevezetés az algebrába és számelméletbe**

Algebrai struktúrák, faktorstruktúrák, homomorfizmusok. A csoportelmélet alapfogalmai, Lagrange-tétel. Permutációcsoportok, Cayley-tétel. Csoportok hatása halmazokon. Csoportkonstrukciók, a véges Abel-csoportok alaptétele. Gyűrűelméleti alapfogalmak. Kommutatív gyűrűk ideáljai és oszthatósági kérdései. Egyértelmű prímfaktorizáció integritástartományokban. Főideálgyűrűk, euklideszi gyűrűk. Testbővítések. Végés testek.

Irodalom:

Kiss Emil: Bevezetés az algebrába, Typotex, 2007.

Bálintné Szendrei Mária, Czédli Gábor, Szendrei Ágnes: Absztrakt algebrai feladatok, JATEPress, 1998.

Fuchs László: Algebra, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.

**TMBE0204, TMBG0204****A tantárgy neve: Többváltozós függvények differenciál- és integrálszámítása****3+3 óra, 7 kredit, K, Gy****Előfeltétele: Differenciál- és integrálszámítás**

A Banach-féle fixponttétel. Lineáris leképezések. A Fréchet-derivált, lánc-szabály, differenciálhatóság és műveletek. Lagrange-féle középérték-egyenlőtlenség. Inverz- és implicitfüggvény tétel. További deriváltfogalmak, a Fréchet-derivált reprezentációja. Folytonos differenciálhatóság és folytonos parciális differenciálhatóság, a differenciálhatóság elegendő feltétele. Magasabbrendű deriváltak, Schwarz-Young-tétel, Taylor-tétel. Lokális szélsőérték és Fermat-elv, a szélsőérték másodrendű feltétele. Riemann-integrál fogalma, műveleti tulajdonságok, integrálhatósági kritériumok, egyenlőtlenségek és középérték-tételek Riemann-integrálra. Riemann-integrál és egyenletes konvergencia kapcsolata. Lebesgue tétele. Fubini-tétel. Jordan-mérték és tulajdonságai, integrálás Jordan-mérhető halmazokon. Fubini-tétel normáltartományokon, integráltranszformáció. Korlátos változású függvények, totális variáció, Jordan-dekompozíciós tétele. A Riemann-Stieltjes-integrál és tulajdonságai. A parciális integrálás tétele. A Riemann-Stieltjes-integrálhatóság elegendő feltétele és az integrál kiszámítása. Görbementi integrál, potenciálfüggvény és primitív függvény. Primitív függvény létezésének szükséges és elegendő feltételei.

**Irodalom:**

Császár Ákos: Valós analízis I.-II., Nemzeti Tankönyvkiadó, 1999.

Lajkó Károly: Analízis III., Debreceni Egyetem, Matematikai és Informatikai Intézet, 2001.

Pál Jenő, Schipp Ferenc, Simon Péter: Analízis II., Tankönyvkiadó, 1988.

Székelyhidi László: Többváltozós függvények differenciál- és integrálszámítása, Palotadoktor Bt., 2012.

**TMBE0205****A tantárgy neve: Mérték- és integrálelmélet****2+0 óra, 3 kredit, K****Előfeltétele: Differenciál- és integrálszámítás**

Mértéktér. Mértékek konstruálása. Lebesgue mérték, Lebesgue-Stieltjes mérték. Mérhető függvények. A Lebesgue integrál.  $L^p$  terek. A Riemann és a Lebesgue integrál kapcsolata. Abszolút folytonos függvények. Fubini tétele.

**Irodalom:**

Járai Antal: Mérték és integrál, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2002.

Daróczy Zoltán: Mérték és integrál, Tankönyvkiadó, 1980.

Szőkefalvi-Nagy Béla: Valós függvények és függvénysorok, Tankönyvkiadó, 1972.

P. R. Halmos: Mértékelmélet, Gondolat, 1984.

**TMBE0207, TMBG0207****A tantárgy neve: Bevezetés a közönséges differenciálegyenletek elméletébe****2+2 óra, 5 kredit, K, Gy****Előfeltétele: Többváltozós függvények differenciál- és integrálszámítása**

Elemi módon megoldható differenciálegyenletek. Cauchy-feladat, megoldás, teljes megoldás, lokálisan és globálisan egyértelmű megoldás fogalma. Lipschitz-feltétel, a globális-lokális egzisztencia és unicitási tétel. A kezdeti értéktől való folytonos függés. Az Arzela-Ascoli-tétel és Peano tétele. Elsőrendű lineáris differenciálegyenlet-rendszerek, alapmátrix, Liouville-formula, konstans variálása. Állandó együtthatós lineáris differenciálegyenlet-rendszerek alapmátrixának előállítása. Magasabbrendű (lineáris) differenciálegyenletek és átviteli elv, Wronski-determináns és Liouville-formula. Állandó együtthatós magasabbrendű lineáris differenciálegyenletek alaprendszer. Stabilitás, Gronwall-Bellmann-lemma és Ljapunov stabilitási tétele. A variációszámítás elemei: Du Bois-Reymond-lemma és az Euler-Lagrange-egyenlet. Alkalmazások.

**Irodalom:**

Kósa András, Schipp Ferenc, Szabó Dániel: Közönséges differenciálegyenletek I, Tankönyvkiadó, Budapest, 1988.

Lajkó Károly: Differenciálegyenletek, Debreceni Egyetem Matematikai és Informatikai Intézet, 2002.

A. F. Filippov: Differenciálegyenletek példatár, Nemzeti Tankönyvkiadó, 1995.

**TMBE0305, TMBG0305****A tantárgy neve: Differenciálgeometria****2+2 óra, 5 kredit, K, Gy****Előfeltétele: Lineáris algebra II., Többváltozós függvények differenciál- és integrálszámítása**

Differenciálható görbék. Görbület, torzió. A görbeelmélet alaptétele. Felületek az euklideszi térben, különböző megadási módjaik. Az érintősík. A felület metrikus alapformája. Normálgörbület, főgörbületek, főirányok, szorzat- és összeggörbület. Az ívhossz variációs problémája. Geodetikusok, geodetikus görbület. A geodetikusok minimalizáló tulajdonsága. Párhuzamos eltolás felületen.

**Irodalom:**

Szőkefalvi-Nagy Gyula, Gehér László, Nagy Péter: Differenciálgeometria, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979.

Szilasi József: Bevezetés a differenciálgeometriába, Kossuth Egyetemi Kiadó, Debrecen, 1998.

Kurusa Árpád: Bevezetés a differenciálgeometriába, Polygon, Szeged, 1999.

B. O'Neill: Elementary Differential Geometry, Academic Press, 1997.

**TMBE0108, TMBG0108****A tantárgy neve: Kombinatorika****3+2 óra, 5 kredit, K, Gy****Előfeltétele: nincs**

Alapvető leszámítási problémák: permutációk, variációk, kombinációk. Binomiális együtthatók tulajdonságai, binomiális és polinomiális tétel. Permutációk inverziói, paritása, szorzása, ciklusok. Szitaformula és alkalmazásai. Gráfelméleti alapfogalmak. Euler-vonal, Hamilton-út és -kör. Fák és erdők, feszítőfák. Prüfer-kód és Cayley-tétel. Páros gráfok. Sikbarajzolt gráfok, duális, Euler-formula, sikbarajzolható gráfok és jellemzésük. Gráfok csúcs- és élszínézései, kromatikus szám, az ötszintűtétel, kromatikus polinom, kromatikus index. Ramsey-elmélet alapjai. Gráfok mátrixai.

**Irodalom:**

Andrásfai Béla: Ismerkedés a gráfelmélettel, Tankönyvkiadó, 1985.

Hajnal Péter: Gráfelmélet, Polygon, 1997.

Hajnal Péter: Elemi kombinatorikai feladatok. Polygon, 1997.

**TMBE0401, TMBG0401****A tantárgy neve: Valószínűségszámítás****3+2 óra, 6 kredit, K, Gy****Előfeltétele: Mérték- és integrálmélelet**

Eseményalgebrák, Kolmogorov-féle valószínűségi mező. Valószínűségi változók és vektorváltozók eloszlása, eloszlásfüggvénye. Abszolút folytonos eloszlás, sűrűségfüggvény. Függetlenség: események, valószínűségi változók. Függetlenség véges dimenzióban az együttes eloszlásfüggvény, illetve sűrűségfüggvény segítségével. Várható érték egy- és többdimenzióban, tulajdonságai. Szórás, kovarianciamátrix. Medián. 1 valószínűségű, sztochasztikus és  $L^p$ -konvergencia, kapcsolatuk, valószínűségi metrikák. Nagy számok gyenge és erős törvényei. A mértékek gyenge konvergenciája, kapcsolata a sztochasztikus konvergenciával. Karakterisztikus függvény és alapvető tulajdonságai. Inverziós formulák. Eloszlásbeli konvergencia, folytonossági tétel. A centrális határeloszlás-tétel. A feltételes várható érték és feltételes valószínűség általános fogalma. Legegyszerűbb tulajdonságok, konvergencia-tételek. Jensen-egyenlőtlenség.

**Irodalom:**

A. N. Shiryaev: Probability, Springer-Verlag, 1984.

Rényi Alfréd: Valószínűségszámítás, Tankönyvkiadó, Budapest, 1984.

Bognár Jánosné, Mogyoródi József, Prékopa András, Rényi Alfréd, Szász Domokos: Valószínűségszámítás feladatgyűjtemény, Typotex.

Pap Gyula: Valószínűségszámítás I., II., mobiDIÁK könyvtár, 2004, <http://mobidiak.inf.unideb.hu/mobi/main.mobi>.**TMBE0402, TMBG0402****A tantárgy neve: Statisztika****3+2 óra, 6 kredit, K, Gy****Előfeltétele: Valószínűségszámítás**

Statisztikai minta, mintavételezés. Tapasztalati eloszlás, tapasztalati eloszlásfüggvény, tapasztalati becslések, Glivenko-Cantelli-tétel. Fisher-féle információ, függetlenek együttes információja, statisztika információja, információ és átparaméterezés. Pontbecslések: torzítatlanság, hatásosság, megengedhetőség, minimaxitás. Rao-Blackwell-tétel. Teljesség. Cramér-Rao-egyenlőtlenség. Becslési módszerek: momentum-módszer, maximum-likelihood becslés. A ML-becslés aszimptotikus tulajdonságai. Statisztikai hipotézisvizsgálati alapfogalmak. A Neyman-Pearson-lemma. A próba erejének aszimptotikája. A normális eloszlás paramétereire vonatkozó klasszikus próbák: u-, t- és F-próba, Fisher-Bartlett-tétel. Khi-négyszet próbák diszkrét illeszkedés-, homogenitás- és függetlenségvizsgálatra. Becsléses illeszkedésvizsgálat. Többdimenziós normális eloszlás, paraméterek becslése és azok tulajdonságai. Regresszió, lineáris regresszió, korlátos rangú regresszió. Lineáris modell, becslés és hipotézisvizsgálat lineáris modellben. Szórásanalízis.

**Irodalom:**

Bevezetés a matematikai statisztikába (szerk.: Fazekas István), Debrecen, 2003.

N. C. Giri: Introduction to Probability and Statistics, Dekker, 1975.

A. A. Borovkov: Matematikai statisztika, Typotex.

## **Természettudományi alapismeretek:**

(matematikus, alkalmazott és gazdasági matematikus specializáción kötelezően teljesítendő)

### **TFBE2101**

**A tantárgy neve: A fizika alapjai I.**

**2+1 óra, 4 kredit, K**

**Előfeltétele: nincs**

Fizikai fogalmak, fizikai mennyiségek, egységrendszerek. Anyagi pont mozgásának leírása. A tömeg és impulzus fogalma, az impulzusmegmaradás törvénye. Newton törvényei, erőtvények. Egyszerű alkalmazások: hajítások, rezgések. Az impulzusmomentum-tétel, az impulzusmomentum megmaradása. Merev test egyensúlya. A kinetikus energia és a munka fogalma, a munkatétel. Potenciális energia, a mechanikai energia megmaradásának törvénye. A Galilei-féle relativitási elv, tehetetlenségi erők. Deformálható testek; Hooke törvénye. Folyadékok és gázok egyensúlya, felületi feszültség, kapilláris jelenségek. Rugalmas hullámok, hullámterjedés, alapvető hullámjelenségek: interferencia, állóhullámok, Doppler-hatás. A hőmérséklet fogalma, hőmérsékleti skálák; állapotegyenletek. A belsőenergia értelmezése, az I. főtétel, fajhő. Reverzibilis és irreverzibilis folyamatok. Carnot-ciklus, hőszivattyú és hűtőgép. A II. főtétel. Az entrópia, a szabadenergia, szabadentalpia fogalma. Fázisátalakulások, kémiai potenciál. Transzportjelenségek; diffúzió, ozmózis, hővezetés.

#### **Irodalom:**

Dede Miklós: Kísérleti fizika 1. kötet, egyetemi jegyzet.

Dede Miklós, Demény András: Kísérleti fizika 2. kötet, egyetemi jegyzet.

Erostyák János, Litz József: A fizika alapjai, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2003.

### **TFBE2103**

**A tantárgy neve: A fizika alapjai II.**

**2+1 óra, 4 kredit, K**

**Előfeltétele: A fizika alapjai I.**

Az elektromosság alapjelenségei és alapfogalmai: elektromos erőhatás, elektromos töltés, elektromos térerősség, elektromos potenciál, elektromos dipólus. Az elektromos jelenségek és az anyag. Vezetők és szigetelők elektrosztatikus térben: töltésmegosztás, kapacitás, kondenzátorok, polarizáció. A stacionárius elektromos áram fogalma, áramerősség, ellenállás, elektromotoros erő, Ohm törvénye, egyszerű áramkörök. Elektromos áram fémekben, félvezetőkben, folyadékokban és gázokban. Mágneses tér, erőhatások mágneses térben, a mágneses indukcióvektor. Az anyag és a mágneses tér. Az elektromágneses indukció. Váltakozó áram, elektromágneses rezgések, elektromágneses hullámok. A fény mint elektromágneses hullám, interferencia, elhajlás, polarizáció. A fény terjedése az anyagban, abszorpció és szórás. A hőmérsékleti sugárzás, a fényelektromos jelenség. Fénykibocsátás és fényelnyelés. A Rutherford-kísérlet, a Bohr-féle atommodell, a Frank–Hertz-kísérlet. A kvantumfizika alapfogalmai: a fény részecsketulajdonságai, részecskék hullámtulajdonságai, a hullámfüggvény és a Schrödinger-egyenlet, a Heisenberg-féle határozatlansági elv. Az atomok felépítése, a Pauli-elv, a periódusos rendszer, a kémiai kötés, a röntgensugárzás. Szilárdtestek elektronszerkezetének alapjai, áramvezetés félvezetőkben, szupravezetés, lézerek. A radioaktív sugárzás alapvető tulajdonságai, a bomlástörvény. Az atommagok felépítése, alapvető tulajdonságaik. Atommaghasadás és atommagfűzió, az atomreaktor. Elemi részecskék és tulajdonságaik. Az alapvető kölcsönhatások. A kozmológia alapfogalmai.

#### **Irodalom:**

Hevesi Imre: Elektromosságtan, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.

Hevesi Imre, Szatmári Sándor: Bevezetés az atomfizikába, JATEPress, Szeged.

Erostyák János és Litz József (szerk.): A fizika alapjai, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.

Halliday, Resnick, Walker: Fundamentals of Physics, John Wiley & Sons Inc.

Halliday, Resnick, Krane: Physics vol. II., John Wiley & Sons Inc.

Sears, Zemansky, Young: University Physics, Addison-Wesley Publishing Company.

## Matematikus specializáció

### Specializáció kötelező tárgyak:

#### TMBE0105

**A tantárgy neve: Számelmélet és alkalmazásai**

**2+0 óra, 3 kredit, K**

**Előfeltétele: Számelmélet I.**

Prímszámelmélet (a nagy prímszám tétel és a Dirichlet-tétel). Prímtesztek, faktorizációs eljárások és alkalmazásai. A geometriai számelmélet elemei (rácsok, a Minkowski-tétel, rövid rácsvektorok, az LLL-algoritmus és alkalmazásai). Klasszikus és modern diofantikus problémák. Fejezetek a modern számelméletből, alkalmazások.

Irodalom:

Freud Róbert, Gyarmati Edit: Számelmélet, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2004.

K. H. Rosen: Elementary Number Theory and Its Applications, Addison Wesley, 1985.

H. Riesel: Prime Numbers and Computer Methods for Factorization, Birkhäuser, 1985.

#### TMBE0206

**A tantárgy neve: Komplex függvénytan**

**2+0 óra, 3 kredit, K**

**Előfeltétele: Többváltozós függvények differenciál- és integrálszámítása**

Komplex függvények differenciálhatósága, Cauchy-Riemann-egyenletek. Hatványsorok, elemi függvények. Pályamenti integrál. Cauchy-féle integráltétel és integrálformula. Taylor-sorok, Laurent-sorok. Analitikus függvények tulajdonságai. A reziduum-tétel és alkalmazásai.

Irodalom:

J. Duncan: Bevezetés a komplex függvénytanba, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1974.

Petruska György: Komplex függvénytan, Tankönyvkiadó, Budapest, 1983.

Száz Árpád: Komplex függvénytan, Tankönyvkiadó, Budapest, 1977.

Szőkefalvi-Nagy Béla: Komplex függvénytan, Tankönyvkiadó, Budapest, 1966.

#### TMBE0304, TMBG0304

**A tantárgy neve: Konvex geometria**

**2+2 óra, 5 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: Lineáris algebra II., Geometria II.**

Konvex halmazok, konvex burok, Caratheodory tétele. Helly tétele és alkalmazásai. Elválasztási tételek. Támasz-hipersíkok és alkalmazásai. Konvex poliéderek és politópok, Euler tétele. Szabályos politópok. Poliéderek merevsége, Cauchy tétele.

Irodalom:

M. Berger: Geometry I–II, Springer-Verlag, Berlin, 1987.

F. A. Valentine: Convex Sets, McGraw-Hill, New York, 1964.

K. Leichtweiss: Konvexe Mengen, Springer-Verlag, Berlin, 1980.

Szabó Zoltán: Bevezető fejezetek a geometriába, JATE Bolyai Intézet, Szeged, 1982.

#### TMBE0601, TMBG0601

**A tantárgy neve: Halmazelmélet és matematikai logika**

**2+2 óra, 5 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: Halmazok és függvények**

Halmazok megadása, halmazműveletek, hatványhalmaz. Halmazok ekvivalenciája. Számosságok és összehasonlításuk, műveletek számosságokkal. Rendezett halmazok, hasonlóság, rendtípus, jólrendezett halmazok. Kiválasztási axióma. Transzfinit indukció és rekurzió. Rendszámok és összehasonlításuk. Logikai műveletek, az ítéletkalkulus formulái, igazságfüggvényük. Konjunktív és diszjunktív normálforma. Boole-függvények. Levezetések. Az ítéletkalkulus teljességi tétele. Kompaktsági tétel. Elsőrendű nyelvek és struktúrák. A predikátumkalkulus kifejezései és formulái. Levezetések. A predikátumkalkulus ellentmondás mentessége.

Irodalom:

Dragálin Albert, Búzasi Szvetlána: Bevezetés a matematikai logikába, Kossuth Egyetemi Kiadó, Debrecen, 1996.

Hajnal András, Hamburger Péter: Halmazelmélet, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1994.

P. R. Halmos: Elemi halmazelmélet, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1981.

**TMBG0603****A tantárgy neve: Bevezetés a matematikai programcsomagok használatába****0+2 óra, 2 kredit, Gy****Előfeltétele: Differenciál- és integrálszámítás, Lineáris algebra I.**

Matematikai programcsomagok: szimbolikus számítások elvégzése, függvények, felületek ábrázolása. Algebrai, számelméleti, lineáris algebrai feladatok megoldása programcsomagokkal.

Irodalom:

Molnárka Győző, Gergő Lajos, Wettl Ferenc, Horváth András, Kallós Gábor: A Maple V és alkalmazásai, Springer Hungarica Kiadó Kft., 1996.

Klincsik Mihály, Maróti György: Maple 8 tételben, Novadat Győr, 1995.

Cabri geometria, Kézikönyv a Cabri geometria magyar változatához: Vásárhelyi Éva, Budapest, 1998.

**TMBE0351, TMBG0351****A tantárgy neve: Bevezetés a projektív geometriába****2+2 óra, 5 kredit, K, Gy****Előfeltétele: nincs**

Az euklideszi sík affín transzformációi, tengelyes affinitások. A kör affín képe. Ellipszissel kapcsolatos szerkesztések. Az euklideszi sík és tér projektív bővítései. Perspektivitások és projektivitások. Kettősvizony, Papposz tétele. Centrális kollineációk és alkalmazásai. A projektív geometria analitikus modellje. A másodrendű görbék projektív elmélete, Pascal, Brianchon és Steiner tételei.

Irodalom:

Bácsó Sándor, Papp Ildikó, Szabó József: Projektív geometria, MobiDIÁK, Debrecen, 2004.

Hajós György: Bevezetés a geometriába, Tankönyvkiadó, Budapest, 1962.

H. S. M. Coxeter: Projektív geometria, Gondolat, 1986.

**TMBE0354, TMBG0354****A tantárgy neve: Elemi topológia****2+2 óra, 5 kredit, K, Gy****Előfeltétele: Geometria I.**

Topológiai fogalmak, topologikus ekvivalencia. Nevezetes topológiai konstrukciók: a tórusz, a Möbius-szalag, a Klein-palack, a valós projektív sík. Topologikus sokaságok. Szimpliciális komplexusok, trianguláció. Kombinatorikus invariánsok, az Euler karakterisztika. Az egydimenziós összefüggő és a kétdimenziós kompakt sokaságok osztályozása.

Irodalom:

E. M. Patterson: Topológia, Tankönyvkiadó, Budapest, 1974.

John M. Lee: Introduction to Topological Manifolds, Springer, Berlin, 2000.

V. G. Boltyanskij, V. A. Jefremovics: Szemléletes topológia, Tankönyvkiadó, Budapest, 1977.

D. Hilbert, S. Cohn-Vossen: Szemléletes geometria, Gondolat, Budapest, 1982.

**TMBE0151, TMBG0151****A tantárgy neve: Fejezetek az elemi számelméletből****2+2 óra, 5 kredit, K, Gy****Előfeltétele: Számelmélet I.**

Kvadratikus reciprocitás tétele, Legendre- és Jacobi-szimbólum, magasabb fokú kongruenciák, primitív gyök, diszkrét logaritmus (index), lánctörtek és alkalmazásaik, Pell-egyenlet, Farey-törtek.

Irodalom:

Freud Róbert, Gyarmati Edit: Számelmélet, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2004.

Pethő Attila: Algebraische Algorithmen, Vieweg, 1999.

D. Redmond: Number Theory, Marcel Decker, 1996.

**TMBE0152, TMBG0152****A tantárgy neve: Fejezetek az algebrából****2+2 óra, 5 kredit, K, Gy****Előfeltétele: Algebra**

Testbővítések, felbontási test. Legfeljebb negyedfokúra visszavezethető egyenletek. Testbővítés Galois-csoportja, magasabb fokú egyenletek megoldhatósága gyökjelekkel. Geometriai szerkeszthetőség, nevezetes és hétköznapi szerkeszthetőségi kérdések megoldása.

Irodalom:

Bódi Béla: Algebra I, Kossuth Egyetemi Kiadó, Debrecen, 1999.

Bódi Béla: Algebra II, Kossuth Egyetemi Kiadó, Debrecen, 2000.

Fuchs László: Algebra, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.

L. A. Kaloujnine: Bevezetés az algebrába, Tankönyvkiadó, Budapest, 1979.

Fried Ervin: Algebra II. Algebrai struktúrák, Tankönyvkiadó, Budapest, 2002.

## **Specializáció választható tárgyak:**

(matematikus specializáción az alábbi tárgyak közül 13 kreditet kell teljesíteni)

### **TMBE0651**

**A tantárgy neve: Fejezetek a matematika történetéből**

**2+0 óra, 2 kredit, K**

**Előfeltétele: nincs**

A tárgy a meghirdető tanszéktől függően matematikatörténeti érdekességeket mutat be az algebra, analízis vagy geometria területéről.

Irodalom:

Sz. G. Gingyikin: Történetek fizikusokról és matematikusokról, Typotex, Budapest, 2003.

E. Harier, G. Wanner: Analysis by its history, Springer, 1997.

Herbert Meschkowski: Denkweisen großer Mathematiker, Ein Weg zur Geschichte der Mathematik, Vieweg, Braunschweig, 1990.

Sain Márton: Nincs királyi út!, Gondolat, Budapest, 1986.

### **TMBE0251**

**A tantárgy neve: Egyenlőtlenségek**

**2+0 óra, 3 kredit, K**

**Előfeltétele: Differenciál- és integrálszámítás**

A konvexitás fogalma és jellemzései. Konvex függvények regularitási tulajdonságai. Differenciálható konvex függvények jellemzései. Jensen- és Hadamard-típusú egyenlőtlenségek. Majorizáció és feltételei. A konvexitás különféle általánosításai. Kváziaritmetikai közepek fogalma, összehasonlítási és egyenlőségi tétele. Kváziaritmetikai közepek további tulajdonságai, homogenitása. Hatványközepek és összehasonlításuk. Minkowski- és Hölder-típusú egyenlőtlenségek hatvány és kváziaritmetikai közepekre. Ingham-Jessen, Nanjundiah, Hardy és Carleman-féle egyenlőtlenségek. Hatványösszegekkel kapcsolatos egyenlőtlenségek. Gini-közepek összehasonlítása, Minkowski- és Hölder-típusú egyenlőtlenségek Gini közepekre. Elemi szimmetrikus polinomokból képzett közepek és ezekkel kapcsolatos egyenlőtlenségek.

Irodalom:

G. H. Hardy, J. E. Littlewood, Gy. Pólya: Inequalities, Cambridge University Press, 1952.

E. F. Beckenbach, R. Bellman: Inequalities, Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Springer-Verlag, 1965.

A. W. Roberts, D. E. Varberg: Convex Functions, Academic Press, 1973.

### **TMBE0252**

**A tantárgy neve: Differenciaszámítás**

**2+0 óra, 3 kredit, K**

**Előfeltétele: Differenciál- és integrálszámítás**

Osztott differenciák, interpoláció, Lagrange és Newton formulái. Függvények összegzése, az elemi összegzés esete. A  $\Delta F(x)=p(x)$  egyenlet megoldása, ha  $p$  polinom. Bernoulli számok és polinomok. Euler képlet. Elsőrendű, lineáris differenciaegyenletek. A lineáris differenciaegyenletek általános elmélete. Konstans együtthatós lineáris egyenletek.

Irodalom:

A. O. Gelfond: Differenciaszámítás, Akadémiai Kiadó, 1954.

Jordán Károly [Charles Jordan]: Calculus of finite differences, Hungarian Agent Eggenberger Book-Shop, 1939.

A. A. Szamarszkij: Bevezetés a numerikus módszerek elméletébe, Tankönyvkiadó, 1989.

### **TMBE0352, TMBG0352**

**A tantárgy neve: Bevezetés az ábrázoló geometriába**

**2+2 óra, 5 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: nincs**

A Monge-féle ábrázolás alapelvei. Pont, egyenes és sík ábrázolása, a térelemek kölcsönös helyzete. Metszési feladatok. Láthatósági kérdések. Merőlegesség. Metrikus feladatok, leforgatás. Kör ábrázolása. Képsík transzformáció. Rotáció. Transzverzális feladatok. Poliéderek ábrázolása, szabályos testek. Hasáb és gúla dőfése egyenessel, metszése síkkal. Árnýékszerkesztések.

Irodalom:

Strommer Gyula: Ábrázoló geometria, Tankönyvkiadó, Budapest, 1974.

Zigány Ferenc: Ábrázoló geometria, Tankönyvkiadó, Budapest, 1962.

Bancsik Zsolt, Lajos Sándor, Juhász Imre: Ábrázoló geometria kezdőknek, MobiDIÁK, Debrecen, 2004.

Gyarmathi Attila, Szabó József: Ábrázoló geometria példatár, Tankönyvkiadó, Budapest, 1990.



**TMBE0353, TMBG0353****A tantárgy neve: Bevezetés a Lie elméletbe****2+2 óra, 5 kredit, K, Gy****Előfeltétele: Lineáris algebra II.**

Lineáris Lie csoportok, koordinátázásuk, invariáns vektormezők. Lie algebra. Klasszikus csoportok Lie algebraja. Egyparaméteres részcsoportok. Exponenciális leképezés. 2- és 3-dimenziós Lie algebra osztályozása. Lineáris reprezentáció.

**Irodalom:**

- J. F. Adams: Lectures on Lie Groups, Benjamin, New York, 1969.  
J. Tits: Liesche Gruppen und Algebren, Springer-Verlag, Berlin, 1983.  
T. Bröcker, T. tom Dieck: Representations of Compact Lie Groups, Springer-Verlag, Berlin, 1985.  
W. G. Chinn, N. E. Steenrod: Bevezetés a topológiába, Gondolat, Budapest, 1980.

**TMBE0208, TMBG0208****A tantárgy neve: Numerikus matematika****3+2 óra, 6 kredit, K, Gy****Előfeltétele: Többváltozós függvények differenciál- és integrálszámítása**

Nevezetes mátrix transzformációk (lineáris rendszerek, illetve sajátérték feladatok megoldására). Gauss-elimináció és változatai (algoritmusai, műveletigénye, főelemválasztás; nem teljes Gauss-elimináció). Mátrixok felbontásai (Schur, LU, LDU, Cholesky, QR). Lineáris és nemlineáris rendszerek iterációs megoldása (Gauss-Seidel, konjugált gradiens; Newton-módszer, lokális és globális konvergencia, Broyden-módszer). Sajátérték feladatok (hatványmódszer, inverz iteráció, eltolás, QR). Interpolációs és approximációs feladatok (Lagrange, Hermite, spline; Csebisev-approximáció). Kvadrátúraformulák (Newton-Coates, Gauss).

**Irodalom:**

- Stoyan Gisbert: Numerikus módszerek I, Typotex Kiadó, Budapest, 2002.  
Móricz Ferenc: Numerikus analízis I, Tankönyvkiadó, Budapest, 1990.  
A. A. Szamarszkij: Bevezetés a numerikus módszerek elméletébe, Tankönyvkiadó, Budapest, 1989.

**TMBE0154****A tantárgy neve: Algoritmusok diofantikus egyenletek megoldására****2+0 óra, 3 kredit, K****Előfeltétele: Számelmélet és alkalmazásai**

Lánc tört algoritmus, irracionális számok lánc törtbe fejtése. A közelítő törtek approximációs tulajdonságai. Másodfokú algebrai számok lánc törtbe fejtése, Pell-egyenlet. Lánc tört algoritmus a Maple-ben. Algebrai számtestek, egész bázis, alapegységek. Thue-egyenletek és egyenlőtlenségek. Végességi tétel, kis megoldások keresése, effektív módszerek. Redukciós módszer, a lánc tört algoritmus és az LLL bázisredukciós módszer alkalmazása. Hatvány egész bázisok, indexforma egyenlet harmad- és negyedfokú számtestekben.

**Irodalom:**

- Ivan Niven, Herbert S. Zuckerman: An Introduction to the Theory of Numbers, John Wiley & Sons, 1980.  
István Gaál: Diophantine Equations and Power Integral Bases. New Computational Methods, Birkhäuser, 2002.  
Nigel P. Smart: The Algorithmic Resolution of Diophantine Equations, Cambridge University Press, 1998.  
B. M. M. de Weger: Algorithms for Diophantine Equations, Centrum voor Wiskunde en Informatica, 1989.

**TMBE0254****A tantárgy neve: Iteratív fixponttételek****2+0 óra, 3 kredit, K****Előfeltétele: Differenciál- és integrálszámítás**

A Banach-féle fixponttétel. Különböző hibabecslések. Szigorúan nemexpanzív leképezések. A Matkowski-féle fixponttétel. Alkalmazások a Fraktálméletben. A Hausdorff-Pompeiu távolság és a fraktálok tere. Blaschke tétele. Fraktálok mint iteratív függvény-rendszerek trajektóriái. A Hutchinson-tétel. Példák: Cantor-halmaz, Cantor-por, Sierpinski-szönyeg, Menger-szivacs, Koch-görbe. Affin kontrakciócsalád által származtatott fraktálok Hausdorff-dimenziója. Nevezetes fraktálok dimenziója. Banach fixponttételnek két megfordítása: a Bessaga-Pielczinsky tétel és Meyers tétele. Monoton leképezésekre vonatkozó fixponttételek. Tarski fixponttételei; a Knaster-Tarski és a Kantarovich-Tarski fixponttétel. Alkalmazás a számosságáritmetikában. A Bishop-Phelps rendezés és az Ekeland-féle variációs elv. Alkalmazások: Caristi fixponttétele és a Nadler-féle fixponttétel. A kritikus pontok módszere.

**Irodalom:**

- E. Zeidler: Nonlinear Functional Analysis and its Applications I-IV, Springer, 1986.  
A. Granas, J. Dugundji: Fixed Point Theory, Springer, 2003.  
V. Berinde: Iterative Approximation of Fixed Points, Efemeride, 2002.

## Alkalmazott és gazdasági matematikus specializáció

### Specializáció kötelező tárgyak:

#### **TMBE0105**

**A tantárgy neve: Számelmélet és alkalmazásai**

**2+0 óra, 3 kredit, K**

**Előfeltétele: Számelmélet I.**

Prímszámelmélet (a nagy prímszám tétel és a Dirichlet-tétel). Prímtesztek, faktorizációs eljárások és alkalmazásai. A geometriai számelmélet elemei (rácsok, a Minkowski tétel, rövid rácsvektorok, az LLL algoritmus és alkalmazásai). Klasszikus és modern diofantikus problémák. Fejezetek a modern számelméletből, alkalmazások.

Irodalom:

Freud Róbert, Gyarmati Edit: Számelmélet, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2004.

K. H. Rosen: Elementary Number Theory and Its Applications, Addison Wesley, 1985.

H. Riesel: Prime Numbers and Computer Methods for Factorization, Birkhäuser, 1985.

#### **TMBE0153**

**A tantárgy neve: Kriptográfia alapjai**

**2+1 óra, 4 kredit, K**

**Előfeltétele: Számelmélet és alkalmazásai**

Alapvető kriptográfiai fogalmak. Szimmetrikus, aszimmetrikus kriptorendszerek. Eltolásos, lineáris rendszer, DES, RSA. Alapvető kriptográfiai protokollok. Digitális aláírás. PGP bemutatása.

Irodalom:

Ködmön József: Kriptográfia, Computerbooks, Budapest, 1999.

J. Buchmann: Einführung in die Kryptographie, Springer, 1999.

N. Koblitz: A Course in Number Theory and Cryptography, Springer, 1987.

#### **TMBE0451, TMBG0451**

**A tantárgy neve: Bevezetés a pénzügyi matematikába**

**2+2 óra, 5 kredit, K,Gy**

**Előfeltétele: Valószínűségszámítás**

Preferenciarendezés, hasznosságfüggvények. A hasznosság maximalizálása. Néhány klasszikus hasznosság-függvény. Várható hasznosság. A kockázatkerülés mértéke. Optimális portfóliók. Értékpapírok kereslete. Elsőrendű és másodrendű sztochasztikus dominancia.

Irodalom:

Chi-fu Huang, R. H. Litzenberg: Foundations for financial economics, Prentice Hall, 1988.

U. Schmidt: Axiomatic utility theory under risk, Springer, 1998.

R. Korn: Optimal portfolios, World Scientific, 1998.

J. E. Ingersoll: Theory of financial decision making, Rowman & Littlefield, 1987.

J. C. Hull: Opciók, határidős ügyletek és egyéb származtatott termékek, Panem, 1999.

M. Baxter, A. Rennie: Pénzügyi kalkulus, Typotex, 2002.

G. Kallianpur, R. L. Karandikar: Introduction to option pricing theory.

Gáll József, Pap Gyula: Bevezetés a hasznosság-alapú portfólióelméletbe, mobiDIÁK könyvtár, 2004, <http://mobidiak.inf.unideb.hu/mobi/main.mobi>.

#### **TMBE0253**

**A tantárgy neve: Gazdasági matematika**

**2+0 óra, 3 kredit, K**

**Előfeltétele: Többváltozós függvények differenciál- és integrálszámítása**

Közgazdaságtan matematikai alapjai, többváltozós függvények alaptulajdonságai, differenciál. Kamatos kamatszámítás, jelenérték. Termelési modellek, Leontieff-modellek. Egyensúlyelmélet, kapcsolata a fixponttételekkel. Termelési és hasznossági függvények, jellemzőik, CES-tulajdonság. Cobb-Douglas- és Arrow-Chenery-Minhas-Solow-típusú függvények. Preferenciarendezés.

Irodalom:

Zalai Ernő: Matematikai közgazdaságtan, KJK-KERSZÖV Kiadó, 2000.

Knut Sydsaeter, Peter I. Hammond: Matematika közgazdászoknak, Aula Kiadó, 2006.

Knut Sydsaeter, Peter I. Hammond, Atle Seierstad, Arne Strøm: Further Mathematics for Economic Analysis, Prentice Hall, 2008.

**TMBE0208, TMBG0208****A tantárgy neve: Numerikus matematika****3+2 óra, 6 kredit, K, Gy****Előfeltétele: Többváltozós függvények differenciál- és integrálszámítása**

Nevezetes mátrix transzformációk (lineáris rendszerek, illetve sajátérték feladatok megoldására). Gauss-elimináció és változatai (algoritmusai, műveletigénye, főelemválasztás; nem teljes Gauss-elimináció). Mátrixok felbontásai (Schur, LU, LDU, Cholesky, QR). Lineáris és nemlineáris rendszerek iterációs megoldása (Gauss-Seidel, konjugált gradiens; Newton-módszer, lokális és globális konvergencia, Broyden-módszer). Sajátérték feladatok (hatványmódszer, inverz iteráció, eltolás, QR). Interpolációs és approximációs feladatok (Lagrange, Hermite, spline; Csebisev-approximáció). Kvadrátúraformulák (Newton-Coates, Gauss).

**Irodalom:**

Stoyan Gisbert: Numerikus módszerek I, Typotex Kiadó, Budapest, 2002.

Móricz Ferenc: Numerikus analízis I, Tankönyvkiadó, Budapest, 1990.

A. A. Szamarszkij: Bevezetés a numerikus módszerek elméletébe, Tankönyvkiadó, Budapest, 1989.

**TMBE0602, TMBG0602****A tantárgy neve: Lineáris programozás****2+2 óra, 5 kredit, K, Gy****Előfeltétele: Lineáris algebra II.**

Lineáris programozási feladatra vezető problémák; konvex poliéderek extrémális pontjai; a szimplex módszer, érzékenységvizsgálat, dualitás, Farkas-tétel. Szállítási és hozzárendelési modell, hálózati modellek. Speciális lineáris programozási modellek.

**Irodalom:**

Bajalinov Erik, Imreh Balázs: Operációkutatás, Polygon, Szeged, 2001.

M. Davaadorzsín: Valós lineáris algebra és lineáris programozás, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 2001.

Krekó Béla: Lineáris programozás, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1966.

A. Schrijver: Theory of Linear and Integer Programming, Wiley, New York, 1998.

**TMBG0306****A tantárgy neve: Komputergeometria****0+3 óra, 3 kredit, Gy****Előfeltétele: Az informatika alapjai, Geometria II.**

Az ábrázoló geometria analitikus módszerei: vetítések analitikus geometriája, ortogonális és ferde axonometria, centrális projekció, centrál-axonometria. Görbék és felületek modellezése. Hermite/Bézier/B-szplájn görbék és felületek. Poliéderek reprezentációja, Bool-műveletek poliéderekkel. Matematikai programcsomagok geometriai és grafikai lehetőségei.

**Irodalom:**

Bácsó S., Hofmann M.: Fejezetek a geometriából, EKF Liceum Kiadó, 2003.

Juhász Imre: Számítógépi geometria és grafika, Miskolci Egyetemi Kiadó, 1993.

Kurusa Á., Szemők Á.: A számítógépes ábrázoló geometria alapjai, Polygon, 1999.

E. M. Mortensen: Geometric Modeling, Wiley Computer Publishing, 1997.

**TMBG0109****A tantárgy neve: Algebrai algoritmusok****0+2 óra, 2 kredit, Gy****Előfeltétele: Az informatika alapjai, Algebra**

Algebrai és számelméleti problémákhoz szükséges optimális algoritmusok tanulmányozása. Komputeralgebrai programcsomagok ismertetése. Lineáris algebrai feladatok megoldása valós, komplex számtest és véges testek felett egy konkrét komputer algebrai szoftver bemutatásával. Az algoritmusok alkalmazása a kriptográfiában, algebrai kódelméletben, egyenletek megoldására és a geometriai szerkeszthetőség algebrai elméletében. Rendezés, keresés, alapvető grálf algoritmusok, polinom idejű algoritmusok.

**Irodalom:**

D. E. Knuth: A számítógép-programozás művészete 1.-3. kötet, Műszaki Kiadó, Budapest, 1987-88.

Victor Shoup: A computational introduction to number theory and algebra, Cambridge University Press, 2005. (<http://shoup.net>)

Molnárka Győző, Gergő Lajos, Wetzl Ferenc, Horváth András, Kallós Gábor: A Maple V és alkalmazásai, Springer Tudományos Kiadó, 1996.

A. Menezes, P. van Oorschot, S. Vanstone: Handbook of Applied Cryptography, CRC Press, 1996.

Czédli Gábor, Szendrei Ágnes: Geometriai szerkeszthetőség, Polygon, 1997.

Lakatos Piroska: Algebrai kódelmélet, Debreceni Egyetem Matematikai Intézet, 1999.

### **TMBG0110**

**A tantárgy neve: Számelméleti algoritmusok**

**0+2 óra, 2 kredit, Gy**

**Előfeltétele: Az informatika alapjai, Számelmélet I.**

Számelméleti, komputeralgebrai programcsomagok. Egy konkrét programcsomag bemutatása: alapvető programozási eszközök (adatszerkezetek, ciklusok, feltételes utasítások, függvények, eljárások), euklideszi algoritmus és alkalmazásai, kongruenciák, algebrai struktúrák ábrázolása, egész számok gyűrűje, racionális, valós és komplex számok teste, polinomgyűrűk, maradékosztálygyűrűk.

Irodalom:

Pethő Attila: Algebraische Algorithmen, Vieweg, 1999.

J. Canon, W. Bosma: Handbook of MAGMA, elektronikusan elérhető segédanyag.

J. Canon, C. Playoust: An Introduction to Algebraic Programming with MAGMA, elektronikusan elérhető segédanyag.

### **TMBG0209**

**A tantárgy neve: Analízis számítógéppel**

**0+3 óra, 3 kredit, Gy**

**Előfeltétele: Az informatika alapjai, Numerikus matematika**

Analízisbeli feladatok megoldása. Függvények, felületek ábrázolása. A numerikus analízis eljárásai.

Irodalom:

Molnárka Gy., Gergő L., Wettl F., Horváth A., Kallós G.: A Maple V és alkalmazásai, Springer-Verlag, 1996.

Klincsik M., Maróti Gy.: Maple 8 tételben a matematikai problémamegoldás művészetéről, Novadat, Győr, 1995.

W. Gander, J. Hřebíček: Solving Problems in Scientific Computing Using Maple and MATLAB, Springer-Verlag, 1995.

### **TMBG0403**

**A tantárgy neve: Statisztika számítógéppel**

**0+2 óra, 2 kredit, Gy**

**Előfeltétele: Az informatika alapjai, Valószínűségszámítás**

Statisztikai programcsomagok. Statisztikai minta, a mintavétel módszerei, statisztikai mező (mintatér), paraméter, statisztika, empirikus jellemzők, grafikus elemzés. Paraméterek becslése, becslési módszerek. Hipotézisek vizsgálata, paraméteres próbák, nevezetes nemparaméteres próbák. A legkisebb négyzetek módszere, regresszióanalízis, szórásanalízis.

Irodalom:

Bevezetés a matematikai statisztikába (szerk.: Fazekas István), Debrecen, 2003.

Michaletzky György: Matematikai statisztika, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1995.

## **Specializáció választható tárgyak:**

(alkalmazott és gazdasági matematikus specializáción az alábbi tárgyak közül 13 kreditet kell teljesíteni)

### **TMBE0651**

**A tantárgy neve: Fejezetek a matematika történetéből**

**2+0 óra, 2 kredit, K**

**Előfeltétele: nincs**

A tárgy a meghirdető tanszéktől függően matematikatörténeti érdekességeket mutat be az algebra, analízis vagy geometria területéről.

Irodalom:

Sz. G. Gingyikin: Történetek fizikusokról és matematikusokról, Typotex, Budapest, 2003.

E. Harier, G. Wanner: Analysis by its history, Springer, 1997.

Herbert Meschkowski: Denkweisen großer Mathematiker, Ein Weg zur Geschichte der Mathematik, Vieweg, Braunschweig, 1990.

Sain Márton: Nincs királyi út!, Gondolat, Budapest, 1986.

### **TMBE0251**

**A tantárgy neve: Egyenlőtlenségek**

**2+0 óra, 3 kredit, K**

**Előfeltétele: Differenciál- és integrálszámítás**

A konvexitás fogalma és jellemzései. Konvex függvények regularitási tulajdonságai. Differenciálható konvex függvények jellemzései. Jensen- és Hadamard-típusú egyenlőtlenségek. Majorizáció és feltételei. A konvexitás különféle általánosításai. Kváziaritmetikai közepek fogalma, összehasonlítási és egyenlőségi tétele. Kváziaritmetikai közepek további tulajdonságai, homogenitása. Hatványközepek és összehasonlításuk. Minkowski- és Hölder-típusú egyenlőtlenségek hatvány és kváziaritmetikai közepekre. Ingham-Jessen, Nanjundiah, Hardy és Carleman-féle egyenlőtlenségek. Hatványösszegekkel kapcsolatos egyenlőtlenségek. Gini-közepek összehasonlítása, Minkowski- és Hölder-típusú egyenlőtlenségek Gini közepekre. Elemi szimmetrikus polinomokból képzett közepek és ezekkel kapcsolatos egyenlőtlenségek.

Irodalom:

G. H. Hardy, J. E. Littlewood, Gy. Pólya: Inequalities, Cambridge University Press, 1952.

E. F. Beckenbach, R. Bellman: Inequalities, Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Springer-Verlag, 1965.

A. W. Roberts, D. E. Varberg: Convex Functions, Academic Press, 1973.

**TMBE0252****A tantárgy neve: Differenciászámítás****2+0 óra, 3 kredit, K****Előfeltétele: Differenciál- és integrálszámítás**

Osztott differenciák, interpoláció, Lagrange és Newton formulái. Függvények összegzése, az elemi összegzés esete. A  $\Delta F(x)=p(x)$  egyenlet megoldása, ha  $p$  polinom. Bernoulli számok és polinomok. Euler képlet. Elsőrendű, lineáris differenciaegyenletek. A lineáris differenciaegyenletek általános elmélete. Konstans együtthatós lineáris egyenletek.

Irodalom:

A. O. Gelfond: Differenciászámítás, Akadémiai Kiadó, 1954.

Jordán Károly [Charles Jordan]: Calculus of finite differences, Hungarian Agent Eggenberger Book-Shop, 1939.

A. A. Szamarszkij: Bevezetés a numerikus módszerek elméletébe, Tankönyvkiadó, 1989.

**TMBE0354, TMBG0354****A tantárgy neve: Elemi topológia****2+2 óra, 5 kredit, K, Gy****Előfeltétele: Geometria I.**

Topológiai fogalmak, topologikus ekvivalencia. Nevezetes topológiai konstrukciók: a tórusz, a Möbius-szalag, a Klein-palack, a valós projektív sík. Topologikus sokaságok. Szimpliciális komplexusok, trianguláció. Kombinatorikus invariánsok, az Euler karakterisztika. Az egydimenziós összefüggő és a kétdimenziós kompakt sokaságok osztályozása.

Irodalom:

E. M. Patterson: Topológia, Tankönyvkiadó, Budapest, 1974.

John M. Lee: Introduction to Topological Manifolds, Springer, Berlin, 2000.

V. G. Boltyanskij, V. A. Jefremovics: Szemléletes topológia, Tankönyvkiadó, Budapest, 1977.

D. Hilbert, S. Cohn-Vossen: Szemléletes geometria, Gondolat, Budapest, 1982.

**TMBE0353, TMBG0353****A tantárgy neve: Bevezetés a Lie elméletbe****2+2 óra, 5 kredit, K, Gy****Előfeltétele: Lineáris algebra II.**

Lineáris Lie csoportok, koordinátázásuk, invariáns vektormezők. Lie algebrák. Klasszikus csoportok Lie algebrája. Egyparaméteres részcsoportok. Exponenciális leképezés. 2- és 3-dimenziós Lie algebrák osztályozása. Lineáris reprezentáció.

Irodalom:

J. F. Adams: Lectures on Lie Groups, Benjamin, New York, 1969.

J. Tits: Liesche Gruppen und Algebren, Springer-Verlag, Berlin, 1983.

T. Bröcker, T. tom Dieck: Representations of Compact Lie Groups, Springer-Verlag, Berlin, 1985.

W. G. Chinn, N. E. Steenrod: Bevezetés a topológiába, Gondolat, Budapest, 1980.

**TMBE0154****A tantárgy neve: Algoritmusok diofantikus egyenletek megoldására****2+0 óra, 3 kredit, K****Előfeltétele: Számelmélet és alkalmazásai**

Lánc tört algoritmus, irracionális számok lánc törtbe fejtése. A közelítő törtek approximációs tulajdonságai. Másodfokú algebrai számok lánc törtbe fejtése, Pell-egyenlet. Lánc tört algoritmus a Maple-ben. Algebrai számtestek, egész bázis, alapegységek. Thue-egyenletek és egyenlőtlenségek. Végességi tétel, kis megoldások keresése, effektív módszerek. Redukciós módszer, a lánc tört algoritmus és az LLL bázisredukciós módszer alkalmazása. Hatvány egész bázisok, indexforma egyenlet harmad- és negyedfokú számtestekben.

Irodalom:

Ivan Niven, Herbert S. Zuckerman: An Introduction to the Theory of Numbers, John Wiley &amp; Sons, 1980.

István Gaál: Diophantine Equations and Power Integral Bases. New Computational Methods, Birkhäuser, 2002.

Nigel P. Smart: The Algorithmic Resolution of Diophantine Equations, Cambridge University Press, 1998.

B. M. M. de Weger: Algorithms for Diophantine Equations, Centrum voor Wiskunde en Informatica, 1989.

**TMBE0254****A tantárgy neve: Iteratív fixponttételek****2+0 óra, 3 kredit, K****Előfeltétele: Differenciál- és integrálszámítás**

A Banach-féle fixponttétel. Különböző hibabecslések. Szigorúan nemexpanzív leképezések. A Matkowski-féle fixponttétel. Alkalmazások a Fraktálméletben. A Hausdorff-Pompeiu távolság és a fraktálok tere. Blaschke tétele. Fraktálok mint iteratív függvény-rendszerek trajektóriái. A Hutchinson-tétel. Példák: Cantor-halmaz, Cantor-por, Sierpinski-szőnyeg, Menger-szivacs, Koch-görbe. Affin kontrakciós család által származtatott fraktálok Hausdorff-dimenziója. Nevezetes fraktálok dimenziója. Banach fixponttételnek két megfordítása: a Bessaga-Pielczinsky tétel és Meyers tétele. Monoton leképezésekre vonatkozó fixponttételek. Tarski fixponttételei; a Knaster-Tarski és a Kantarovics-Tarski fixponttétel. Alkalmazás a számosságáritmetikában. A Bishop-Phelps rendezés és az Ekeland-féle variációs elv. Alkalmazások: Caristi fixponttétele és a Nadler-féle fixponttétel. A kritikus pontok módszere.

Irodalom:

E. Zeidler: Nonlinear Functional Analysis and its Applications I-IV, Springer, 1986.

A. Granas, J. Dugundji: Fixed Point Theory, Springer, 2003.

V. Berinde: Iterative Approximation of Fixed Points, Efemeride, 2002.