Debreceni Egyetem
Természettudományi és Technológiai Kar
Matematikai Intézet

OKLEVÉLKÖVETELMÉNYEK

MATEMATIKUS
MESTERKÉPZÉSI SZAK
(2016 kezdéssel)

Általános tudnivalók

Felvételi: Matematikus MSc szakra feltétel nélkül jelentkezhetnek a matematika BSc diplomával rendelkezők. Feltételesen fogadhatók el a természettudományi, műszaki, informatikai, valamint gazdaságtudományi képzési területek alapképzési szakjai. Ebben az esetben a felvétel feltétele 65 kredit teljesítése korábbi tanulmányok keretében az algebra, analízis, geometria, halmazelmélet, kombinatorika, matematikai logika, operációkutatás, számelmélet, valószínűségszámítás témakörökből.
A felvételi vizsga szóbeli, felvételi bizottság előtt történik. A matematika BSc végzettséggel nem rendelkezők a tételsorból öt tételt megjelölnek, esetükben a felvételi ezekre a témakörökre korlátozódik.
(A matematika BSc-vel nem rendelkezőknek legfeljebb 20 kredit értékben az Elméleti alapozás sávba tartozó tárgyakat is kell teljesíteniük. A pontos követelményeket a korábbi tanulmányok figyelembevételével a Matematikai Intézet határozza meg.)

Diplomamunka, védés, záróvizsga: A hallgatóknak diplomamunka témát tanulmányaik 2. félévének végén kell választaniuk. Elkészítésére két félév áll rendelkezésre. A dolgozat megírására a LaTeX dokumentumszerkesztő rendszer használata támogatott. A dolgozat fedőlapja tartalmazza az intézmény nevét, a dolgozat címét, készítőjének nevét a szak feltüntetésével, a témavezető nevét és beosztását. A dolgozatban kifejtett téma részletes tárgyalása mellett elvárt részként tartalmaznia kell bevezetést, tartalom- és irodalomjegyzéket. További kötelező formai követelmények és javasolt stílusfájlok a Matematikai Intézet honlapján érhetők el. A diplomamunkát a záróvizsgát megelőzően, az erre kijelölt bizottság előtt meg kell védeni (részletek a 29. oldalon).
A záróvizsga szóbeli vizsga, melyet a Matematikai Intézet igazgatója által kijelölt, a Természettudományi és Technológiai Kar vezetése által jóváhagyott záróvizsga bizottság előtt kell letenni. A záróvizsga tételei a szakmai törzsanyagba tartozó tárgyak anyagát ölelik fel. A tételsor négy részből áll: algebra és számelmélet tételek, analízis tételek, geometria tételek, alkalmazott matematika tételek. A vizsgázó a teljes tételsorból egy tételt húz, felkészülési időt követően ebből felel. Ezután két másik csoportba tartozó tételből ad a bizottság egy-egy kisebb fejezetet, melyeket külön felkészülési idő biztosítása után kér számon. A bizottság a záróvizsga feleletet egy jeggyel értékeli.

Levelező tagozat: A matematikus MSc szak levelező tagozatos tantervi hálója megegyezik a nappali tagozatossal. Levelező tagozaton a tantárgykódokhoz egy _L fűzendő, a féléves óraszám pedig a nappali tagozatos heti óraszám négyszerese.

Matematikus mesterszak

A mesterképzési szak megnevezése: *matematikus (Mathematics)*
Szakfelelős: *Dr. Páles Zsolt egyetemi tanár*

Szerezhető végzettségi szint és szakképzettség oklevélben szereplő megjelölése:
Végzettségi szint: *mesterfokozat (MSc)*
Szakképzettség: *okleveles matematikus (Mathematician)*

Képesítési követelmények

1. Összesen 120 kredit megszerzése az alábbiak szerint:
   - Elméleti alapozás (matematika BSc-vel nem rendelkezőknek)* 20 kredit
   - Szakmai törzsanyag 40 kredit
   - Differenciált szakmai anyag 30/50 kredit
   (matematika BSc-vel rendelkezőknek 50, matematika BSc-vel nem rendelkezőknek 30)
   - Diplomamunka 24 kredit
   - Szabadon választható tárgyak 6 kredit
2. Államilag elismert legalább középfokú C típusú nyelvvizsga
3. Testnevelési követelmények teljesítése (egy félév kötelező)

Az ajánlott tantervi hálóban az egyes tantárgyakhoz javasolt félévek csak tájékoztató jellegűek, az előfeltételekre való odafigyeléssel a tárgyak teljesíthetők a megjelölthöz képest egy tanévvel később is.
A hálótervben egyes előadások esetén az előfeltétel oszlopában (p) megjelöléssel szerepel a tantárgy vele párhuzamosan hallgatandó, gyakorlati jeggyel záruló gyakorlata. Ebben az esetben a tárgy felvételének természetesen nem előfeltétele a gyakorlat, de vizsgázni csak a gyakorlat sikeres teljesítése esetén lehet.

*: A korábbi tanulmányok alapján matematika BSc-vel nem rendelkezők esetében a Matematikai Intézet mentesítést adhat bizonyos Elméleti alapozás sávba tartozó tárgyak teljesítése alól. Ebben az esetben a Differenciált szakmai anyagból teljesítendő kreditek száma ennek megfelelő számú kredittel növekszik.

Idegennyelvi követelmények: A mesterfokozat megszerzéséhez államilag elismert legalább középfokú C típusú nyelvvizsga letétele szükséges az angol, francia, német, olasz, orosz, spanyol nyelvek valamelyikéből. A korábbi BSc diplomához szükséges legalább középfokú C típusú nyelvvizsga elegendő a diploma megszerzéséhez, ha eleget tesz az előbbi feltételnek.

Testnevelés: A Debreceni Egyetem mesterképzésben (MSc, MA) résztvevő hallgatóinak egy féléven keresztül heti két óra testnevelési foglalkozáson való részvétel kötelező.
A testnevelési követelmények teljesítése a végbizonyítvány (abszolutórium) kiállításának feltétele.

Diploma minősítése: Az oklevél minősítése az alábbi részjegyek átlagának figyelembevételével történik:
- a tanulmányok egészére számított súlyozott tanulmányi átlag,
- a diplomamunkára és a védésre a védési bizottság által adott jegyek átlaga (részletek a 29. oldalon),
- a szakmai felelet eredménye a záróvizsgán.

Matematikus mesterszak
ajánlott háló

Elméleti alapozás
(csak azok számára, akik nem rendelkeznek matematika BSc végzettséggel)

Kód	Tantárgynév	Kre-dit	Heti óraszám			Szá-mon-kérés	Előfeltételek	Java-solt félév
			Elmé-let	Gyakorlat				
				Tant.	Lab.			
TMME0101	Lineáris algebra alkalm.	2	2			K		1
TMME0102	Algebra és számelm. alk.	2	2			K		1
TMME0201	Analízis alkalmazásai	2	2			K	TMMG0201(p)	1
TMMG0201	Analízis alkalmazásai	2		2		Gy		1
TMME0206	Valós és komplex fv.tan	2	2			K	TMME0201	2
TMME0301	Geometria és topol. alk.	2	2			K	TMMG0301(p)	1
TMMG0301	Geometria és topol. alk.	2		2		Gy		1
TMME0401	Valószínűségszámítás alk.	3	2	1		K		1
TMME0402	Mat. statisztika alkalm.	3	2	1		K	TMME0401	2

Szakmai törzsanyag (a felsorolt tárgyakból 40 kreditet kell teljesíteni)

Kód	Tantárgynév	Kre-dit	Heti óraszám			Szá-mon-kérés	Előfeltételek	Java-solt félév
			Elmé-let	Gyakorlat				
				Tant.	Lab.			
TMME0108	Csoportelmélet	4	2	1		K	TMME0102	1
TMME0139	Gyűrű- és testelmélet	4	2	1		K	TMME0102	2
TMME0110	Klasszikus számelmélet	4	2	1		K	TMME0102	2
TMME0207	Funkcionálanalízis	4	2	1		K	TMME0201	1
TMME0204	Parc. diff.egyenletek alk.	4	2	1		K	TMME0201	3
TMME0208	Trigonometrikus sorok	4	2	1		K	TMME0201	2
TMME0302	Modern differenciálgeom.	3	2			K	TMME0301, TMMG0302(p)	2
TMMG0302	Modern differenciálgeom.	2		2		Gy	TMME0301	2
TMME0303	Hiperbolikus geometria	4	2	1		K	TMME0301	1
TMME0304	Véges geometriák	4	2	1		K		1
TMME0403	Sztochaszt. folyamatok	3	2			K	TMME0401, TMMG0403(p)	2
TMMG0403	Sztochaszt. folyamatok	2		2		Gy	TMME0401	2
TMME0405	Többváltozós statisztika	4	2	1		K	TMME0402	1
TMME0111	Gráfelmélet I.	4	2	1		K		1
TMME0112	Gráfelmélet II.	4	2	1		K	TMME0111	2

Differenciált szakmai anyag (a felsorolt tárgyakból matematika BSc végzettségűeknek 50, matematika BSc-vel nem rendelkezőknek 30 kreditet kell teljesíteni)

A matematika BSc matematikatanári specializációján végzettek számára kötelezően teljesítendő és ide számolható el: TMME0206 Valós és komplex függvénytan (2 kredit, 2+0 óra, K, javasolt félév: 2), TMME0402 Matematikai statisztika alkalmazásai (3 kredit, 2+1 óra, K, javasolt félév: 2).

Ide elszámolhatók a szakmai törzsanyagnál előírt krediteken felül teljesített tárgyak, valamint az alábbi tárgyak:

Kód	Tantárgynév	Kre-dit	Heti óraszám			Szá-mon-kérés	Előfeltételek	Java-solt félév
			Elmé-let	Gyakorlat				
				Tant.	Lab.			
TMME0103	Véges testek és alkalm.	3	2			K	TMME0102, TMMG0103(p)	2
TMMG0103	Véges testek és alkalm.	2		2		Gy	TMME0102	2
TMME0116	Kódelmélet	3	2			K	TMME0101, TMME0103, TMMG0116(p)	3
TMMG0116	Kódelmélet	2		2		Gy	TMME0101, TMME0103	3
TMME0126	Véges p-csoportok	3	2			K	TMME0108	*
TMME0127	Klasszikus gyűrűelmélet	3	2			K	TMME0139	*
TMME0128	Véges dim. algebrák	3	2			K	TMME0108	*
TMME0118	Rácselmélet	3	2			K	TMME0102	2
TMME0120	Egységek és egységegyen.	3	2			K	TMME0102	2
TMME0119	Értékeléselmélet	3	2			K	TMME0102	2
TMME0121	Alg. diof. egyenletek mo.	3	2			K	TMME0102	1
TMME0129	Alg. számtestek monogen.	3	2			K	TMME0110	*
TMME0130	Diof. appr., alk. diof. egy.	3	2			K	TMME0102	*
TMME0131	Elliptikus görbék és alk.	3	2			K	TMME0102	*
TMME0132	Prímtesztek	3	2			K	TMME0102	*
TMME0133	Eff. módsz. szuperell. egy.	3	2			K	TMME0110	*
TMME0134	Additív számelmélet	3	2			K	TMME0102	*
TMME0135	Elemi és komb. számelm.	3	2			K	TMME0102	*
TMMG0136	Komputerszámelméleti és komputeralg. programcs.	4			4	Gy	TMME0102	*
TMME0105	Algoritmusok	3	2			K	TMME0112, TMMG0105(p)	4
TMMG0105	Algoritmusok	2		2		Gy	TMME0112	4
TMME0137	Kombinatorikus optimal.	3	2			K		*
TMME0107	Kombinatorika alkalm.	3	2			K	TMMG0107(p)	2
TMMG0107	Kombinatorika alkalm.	2		2		Gy		2
TMME0203	Köz. diff.egyenletek alk.	4	2	1		K	TMME0201	2
TMME0202	Ortogonális polinomok	3	2			K	TMME0201	3
TMME0210	Fixponttételek	3	2			K	TMME0201	1
TMME0216	Iteratív fixponttételek, alk.	3	2			K	TMME0201	*
TMME0217	Operátorelmélet	3	2			K	TMME0207	*
TMME0218	Banach-algebrák	3	2			K	TMME0207	*
TMME0219	Fej. a funkcionálanal.-ből	3	2			K	TMME0207	*
TMME0220	Függvényegyenletek	3	2			K	TMME0201	*
TMME0221	Függvényegyenlőtlens.-ek	3	2			K	TMME0201	*
TMME0222	Diszkrét középértékek	3	2			K	TMME0201	*
TMME0223	Disztrib. és integráltranszf.	4	2	1		K	TMME0204	*
TMME0224	Absztrakt harmon. analízis	3	2			K	TMME0201	*
TMME0225	Konvex analízis	3	2			K	TMME0201	*
TMME0226	Nemsima analízis	3	2			K	TMME0201	*
TMME0227	Halmazértékű analízis	3	2			K	TMME0201	*
TMME0228	Extrémum problémák	4	2	1		K	TMME0201	*

TMME0229	Optimális folyamatok	4	2	1		K	TMME0201	*
TMME0205	Játékelmélet	3	2			K	TMMG0205(p)	1
TMMG0205	Játékelmélet	2		2		Gy		1
TMME0209	Konvex optimalizálás	3	2			K	TMME0101, TMMG0209(p)	1
TMMG0209	Konvex optimalizálás	2		2		Gy	TMME0101	1
TMME0308	Geom. szerkesztések elm.	3	2			K	TMME0102	*
TMME0309	Geom. transzformációcs.	3	2			K	TMME0301, TMMG0309(p)	*
TMMG0309	Geom. transzformációcs.	2		2		Gy	TMME0301	*
TMME0310	Differenc.-ható sokaságok	4	2	1		K	TMME0302	*
TMME0311	Riemann geometria	4	2	1		K	TMME0310	*
TMME0312	Diff.geometriai terek	3	2			K	TMME0302	*
TMME0313	Szövetgeometria	3	2			K	TMME0301	*
TMME0314	Konnexióelmélet	3	2			K	TMME0302	*
TMME0315	Bev. a Finsler geometriába	3	2			K	TMME0302	*
TMME0316	Kinematikai geometria	3	2			K	TMME0301	*
TMME0317	Variációszámítás	3	2			K	TMME0203	*
TMME0318	Vektoranal. sokaságokon	3	2			K	TMME0302	*
TMME0319	Stabilitáselmélet	3	2			K	TMME0301, TMME0201	*
TMME0320	Diff.rendszerek geo. elm.	3	2			K	TMME0301, TMME0201	*
TMME0321	Felületelmélet	3	2			K	TMME0301	*
TMME0322	Diff.geom számg. támog.	3	2			K	TMME0301, TMMG0322(p)	*
TMMG0322	Diff.geom számg. támog.	2			2	Gy	TMME0301	*
TMME0406	Információelmélet	4	2	1		K	TMME0401	2
TMME0413	Alk. valószínűségszámítás	3	2			K	TMME0401	2
TMME0409	Pénzügyi matematika I.	3	2			K	TMME0401, TMMG0409(p)	2
TMMG0409	Pénzügyi matematika I.	2		2		Gy	TMME0401	2
TMME0410	Pénzügyi matematika II.	3	2			K	TMME0409	3
TMME0411	Biztosítási matematika	3	2			K	TMME0401	2
TMME0404	Adatbányászat	5	2		2	K		2
TMME0415	Stat. tanuló algoritmusok	3	2			K	TMME0402 TMMG0415(p)	*
TMMG0415	Stat. tanuló algoritmusok	2		2		Gy	TMME0402	*
TMME0416	Rendszerelmélet	3	2			K	TMME0403	*
TMME0417	Sztochasztikus algoritm.	3	2			K	TMME0401	*
TMME0418	Nemlineáris optimalizálás	4	2	1		K		*
TMME0605	Bioinformatika	3	2			K	TMME0402	*

A csillaggal megjelölt tárgyak hallgatói igény alapján (melyeket a Matematikai Intézet által rendszeresített módon kell jelezni) kerülnek meghirdetésre.

Diplomamunka, szabadon választható tárgyak

Kód	Tantárgynév	Kre-dit	Heti óraszám			Szá-mon-kérés	Előfeltételek	Java-solt félév
			Elmé-let	Gyakorlat				
				Tant.	Lab.			
TMMG0703	Diplomamunka 1.	12				Gy		3
TMMG0704	Diplomamunka 2.	12				Gy	TMMG0703	4
	Szabadon választható	6						

Tantárgyi tematikák

(Megjegyzés: Amennyiben valamelyik tantárgynál előfeltételként az Elméleti alapozás sávba eső tárgy van feltüntetve, az a matematika BSc-n végzettek számára teljesített előfeltételnek minősül.)

Elméleti alapozás

Tárgykód: TMME0101
A tantárgy neve: Lineáris algebra alkalmazásai
2+0 óra, 2 kredit, K
Előfeltétele: nincs
Unitér terek. Normális és unitér leképezések, unitér mátrixok, spektráltétel. Mátrixok hasonlósága és polinommátrixok kanonikus alakja. Lineáris transzformációk és mátrixok minimálpolinomja, Cayley-Hamilton-tétel. Jordan-féle normálalak és kiszámítása. Sajátvektor és gyökvektor. Kvadratikus alakok, Sylvester tétele.
Irodalom:
Gaál István és Kozma László: Lineáris algebra, Kossuth Egyetemi Kiadó, 2004.
Freud Róbert: Lineáris algebra, ELTE Eötvös Kiadó, 1998.
P. R. Halmos: Véges dimenziós vektorterek, Műszaki Könyvkiadó, 1984.
Kovács Zoltán: Feladatgyűjtemény lineáris algebra gyakorlatokhoz, Kossuth Egyetemi Kiadó, 1998.
Rózsa Pál: Lineáris algebra és alkalmazásai, Műszaki Könyvkiadó, 1974.

Tárgykód: TMME0102
A tantárgy neve: Algebra és számelmélet alkalmazásai
2+0 óra, 2 kredit, K
Előfeltétele: nincs
Algebrai struktúrák, generátorrendszerek, faktorstruktúrák, homomorfizmusok. A csoportelmélet alapjai: permutációcsoportok, Lagrange-tétel, normálosztók és faktorcsoportok. A gyűrűelmélet alapjai: ideálok és faktorgyűrűk. Testkonstrukciók, véges testek. Prímszámok tulajdonságai. Geometriai számelmélet elemei, rácspontok, a Minkowski-tétel és alkalmazásai. Az algebrai számelmélet elemei, algebrai egészek, egységek, norma. Egyértelmű prímfaktorizáció bizonyos másodfokú számtestekben. Diofantikus approximáció. Nevezetes számelméleti problémák.
Irodalom:
Bódi Béla: Algebra I, Kossuth Egyetemi Kiadó, 1999.
Bódi Béla: Algebra II, Kossuth Egyetemi Kiadó, 2000.
Fuchs László: Algebra, Nemzeti Tankönyvkiadó.
Freud Róbert, Gyarmati Edit: Számelmélet, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2004.
Erdős Pál, Surányi János: Válogatott fejezetek a számelméletből, Polygon, 1996.
Sárközy András, Surányi János: Számelmélet feladatgyűjtemény, Nemzeti Tankönyvkiadó.
K. H. Rosen: Elementary Number Theory and Its Applications, Addison Wesley, 1985.

Tárgykód: TMME0201, TMMG0201
A tantárgy neve: Analízis alkalmazásai
2+2 óra, 4 kredit, K, Gy
Előfeltétele: nincs
Metrikus terek: topológiai alapfogalmak, sorozatok, függvények határértéke és folytonossága. Korlátos változású függvények. Riemann-Stieltjes-integrál, vonalintegrál. Inverz- és implicit-függvény-tétel. Feltételes szélsőérték. Hilbert-terek, ortonormált rendszerek. Alapfogalmak a közönséges differenciálegyenletek elméletében. Lineáris differenciálegyenletek és differenciálegyenlet-rendszerek. A numerikus analízis alapjai.
Irodalom:
W. Rudin: A matematikai analízis alapjai, Műszaki Könyvkiadó, 1978.
Losonczi L.: Funkcionálanalízis I, Tankönyvkiadó, 1982.
Kósa A.: Differenciálegyenletek, Tankönyvkiadó, 1972.
A. Ralston: Bevezetés a numerikus analízisbe, Műszaki Könyvkiadó, 1969.

Tárgykód: TMME0206
A tantárgy neve: Valós és komplex függvénytan
2+0 óra, 2 kredit, K
Előfeltétele: Analízis alkalmazásai
Komplex függvények differenciálhatósága. Hatványsorok. Pályamenti integrál. Cauchy-féle integráltétel és integrálformula. Taylor-sor, zérushelyek. Laurent-sor, szinguláris helyek. Reziduum-tétel és alkalmazásai. Konvergencia és kompaktság az analitikus függvények terében. Konform leképezések alaptétele. Harmonikus függvények. Mértékek konstruálása. Lebesgue-Stieltjes és Hausdorff mértékek. Mérhető függvények. A Lebesgue-integrál. L^p-terek. Abszolút folytonos függvények. Mértékek deriváltja. Mértékterek szorzata. Integráltranszformáció. Mértékek és lineáris funkcionálok.
Irodalom:
Járai Antal: Mérték és integrál, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2002.
P. Halmos: Mértékelmélet, Gondolat Könyvkiadó, 1984.
W. Rudin: Real and complex analysis, McGraw-Hill, 1987.
Szőkefalvi-Nagy B.: Valós függvények és függvénysorok, Tankönyvkiadó, 1975.
Szőkefalvi-Nagy B.: Komplex függvénytan, Tankönyvkiadó, 1976.

Tárgykód: TMME0301, TMMG0301
A tantárgy neve: Geometria és topológia alkalmazásai
2+2 óra, 4 kredit, K, Gy
Előfeltétele: nincs
Vektoranalízis: differenciálszámítás, vektorkalkulus 3-dimenzióban. Térgörbék, torzió és görbület. Felületek megadása, első és második alapmennyiségek. Klasszikus integráltételek. Fejezetek a topológiából: Topologikus és metrikus tér fogalma. Sorozatok és konvergencia. Kompaktság és összefüggőség. Fundamentális csoport.
Irodalom:
Szőkefalvi-Nagy Gyula, Gehér László és Nagy Péter: Differenciálgeometria, Műszaki Könyvkiadó, 1979.
Szenthe János: Bevezetés a sima sokaságok elméletébe, ELTE Eötvös, 2002.
Horst Schubert: Topológia, Műszaki Könyvkiadó, 1986.

Tárgykód: TMME0401
A tantárgy neve: Valószínűségszámítás alkalmazásai
2+1 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: nincs
Kombinatorikus valószínűségszámítás, szitaformula, urnamodellek. Feltételes valószínűség, Bayes-tétel, sztochasztikus függetlenség. Diszkrét valószínűségi változók: binomiális, hipergeometrikus, negatív binomiális, Poisson. Valószínűségi változók és eloszlásfüggvény általános fogalma. Várható érték, szórásnégyzet, medián, momentumok. Nevezetes folytonos eloszlások: egyenletes, exponenciális, normális, Cauchy, log-normális. Együttes eloszlások, peremeloszlások, feltételes eloszlások. Várható érték vektor, kovarianciamátrix. Több dimenziós normális eloszlás. Konvolúció. Markov- és Csebisev-egyenlőtlenség, nagy számok gyenge törvénye. Stirling-formula, Moivre-Laplace-tétel. Valószínűségszámítás mértékelméleti modellje. Borel-Cantelli-lemma. A feltételes várható érték általános fogalma. Független tagú sorok. Nagy számok erős törvénye. Karakterisztikus függvények alapjai. Centrális határeloszlás-tétel.
Irodalom:
W. Feller: Bevezetés a valószínűségszámításba és alkalmazásaiba, Műszaki Könyvkiadó, 1978.
R. L. Graham, D. E. Knuth, O. Patashnik: Konkrét matematika, Műszaki Könyvkiadó, 1998.
Pap Gyula: Valószínűségszámítás 1., http://www.inf.unideb.hu/valseg/dolgozok/papgy/okt.html
Fazekas István: Valószínűségszámítás, Kossuth Egyetemi Kiadó, 2003.

Tárgykód: TMME0402
A tantárgy neve: Matematikai statisztika alkalmazásai
2+1 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Valószínűségszámítás alkalmazásai
Alapfogalmak: regresszió, statisztikai sokaság, véletlen minta, empirikus eloszlás, Glivenko-Cantelli-tétel, Kolmogorov-Szmirnov-tételkör, elégségesség, teljesség, nevezetes statisztikák. Becsléselmélet alapjai, maximum likelihood-becslés. Fisher-információ. Cramer-Rao-egyenlőtlenség. Blackwell-Rao-tétel. Bayes-módszer, momentum-módszer. Hipotézisvizsgálat. Neyman-Pearson-lemma. Konfidenciaintervallumok. Paraméteres próbák: t-, u- és F-próba. Lineáris modell. Nemparaméteres próbák: χ^2- és Kolmogorov-Szmirnov-próba. Statisztikai próbák konstrukciója és aszimptotikus viselkedése.
Irodalom:
Bevezetés a matematikai statisztikába (szerk.: Fazekas István), Debrecen, 2003.
N. C. Giri: Introduction to probability and statistics, Dekker, 1975.
A. A. Borovkov: Matematikai statisztika, Typotex.

Szakmai törzsanyag

Tárgykód: TMME0108
A tantárgy neve: Csoportelmélet
2+1 óra, 4 kredit, K
Előfeltétele: Algebra és számelmélet alkalmazásai
A csoportelmélet alapfogalmai: elem rendje, generátor, konjugáltság, normalizátor, centralizátor. Cayley és Lagrange tételei. Nevezetes részcsoportok. Ciklikus csoportok. Normállánc, kompozícióánc, Jordan-Hölder-tétel. Csoportok automorfizmusai. Osztályegyenlet. Faktorcsoport, homomorfia és izomorfia tételek. Fontos csoportosztályok: permutáció és lineáris csoportok. Direkt szorzat, szemidirekt szorzat. A véges Abel-csoportok alaptétele. Cauchy-tétel, Sylow-tételek. Véges nilpotens csoportok leírása, p-csoportok. Feloldható és egyszerű csoportok. Kommutátor, kommutátorcsoport-lánc. Szabad csoportok, definiáló reláció, Dyck tétele. Szabad Abel-csoport, részcsoportjai, rang. Végesen generált Abel-csoportok alaptétele.
Irodalom:
Bódi Béla: Algebra I., A csoportelmélet alapjai, Kossuth Egyetemi Kiadó, 1999.
Fuchs László: Algebra, Nemzeti Tankönyvkiadó.
Kiss Emil: Bevezetés az algebrába, Typotex, 2007.

Tárgykód: TMME0139
A tantárgy neve: Gyűrű- és testelmélet
2+1 óra, 4 kredit, K
Előfeltétele: Algebra és számelmélet alkalmazásai
Kommutatív és nemkommutatív gyűrűk, Artin- és Noether-gyűrűk, többhatározatlanú polinomok gyűrűje. Prím- és primér ideálok gyűrűkben. Testbővítések elmélete. Végesfokú bővítés, fokszámtétel. Felbontási test, normális testbővítés. Véges testek. Tökéletes testek és végesfokú bővítéseik. Test algebrai lezártja. Galois-csoport, a Galois-elmélet főtétele. Radikálbővítés. A gyökjelekkel való megoldhatóság jellemzése. Ruffini-Abel-tétel. Gyökjelekkel megoldhatatlan racionális együtthatós algebrai egyenlet létezése. Algebrai feltétel geometriai alakzat szerkeszthetőségére körzővel és vonalzóval.
Irodalom:
Kiss Emil: Bevezetés az algebrába, Typotex, 2007.
Falko Lorenz: Algebra Volume I: Fields and Galois Theory, Springer, 2006.
Fuchs László: Algebra, Nemzeti Tankönyvkiadó.
Fried Ervin: Algebra II. Nemzeti Tankönyvkiadó, 2002.

Tárgykód: TMME0110
A tantárgy neve: Klasszikus számelmélet
2+1 óra, 4 kredit, K
Előfeltétele: Algebra és számelmélet alkalmazásai
Kvadratikus kongruenciák, Legendre-szimbólum. Diszkrét logaritmus (index). Algebrai számtestek, egész bázis, diszkrimináns, alapegységek, Dirichlet-tétel, regulátor, norma, adott normájú elemek, egyértelmű prímfaktorizáció kérdése másodfokú és magasabbfokú számtestekben. Diofantikus problémák.
Irodalom:
Freud Róbert, Gyarmati Edit: Számelmélet, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2004.
Erdős Pál, Surányi János: Válogatott fejezetek a számelméletből, Polygon, 1996.
D. Redmond: Number Theory, Marcel Dekker, 1996.
Ivan Niven, Herbert S. Zuckerman: Bevezetés a számelméletbe, Műszaki Könyvkiadó, 1978.
Z. I. Borevich, I. R. Shafarevich: Number Theory, Academic Press, 1966.

Tárgykód: TMME0207
A tantárgy neve: Funkcionálanalízis
2+1 óra, 4 kredit, K
Előfeltétele: Analízis alkalmazásai
Funkcionálanalízis elemei. Stone-Weierstrass-tétel. Banach-terek, korlátos lineáris transzformációk. Az L^p-terek duálisai, folytonos függvények terének duálisa, Hilbert-tér duálisa, reflexivitás. Hahn-Banach-tétel, Banach-Steinhaus-tétel, nyílt leképezések tétele és következményei.
Irodalom:
A. A. Kirillov, A. D. Gvisiani: Feladatok a funkcionálanalízis köréből, Tankönyvkiadó, 1985.
A. N. Kolmogorov, Sz. V. Fomin: A függvényelmélet és a funkcionálanalízis elemei, Műszaki Könyvkiadó, 1981.
Losonczi L.: Funkcionálanalízis I, Tankönyvkiadó, 1982.
Járai A.: Modern alkalmazott analízis, Typotex Könyvkiadó, 2007.

Tárgykód: TMME0204
A tantárgy neve: Parciális differenciálegyenletek alkalmazásai
2+1 óra, 4 kredit, K
Előfeltétele: Analízis alkalmazásai
Alapfogalmak a parciális differenciálegyenletek elméletében. Karakterisztikus függvény, első integrálok. Elsőrendű lineáris és kvázilineáris egyenletek. Elsőrendű egyenletek karakterisztika elmélete, Cauchy-feladat. Másodrendű lineáris parciális differenciálegyenletek osztályozása és kanonikus alakra hozása. Goursat- és Cauchy-feladat hiperbolikus egyenletekre. Vegyes feladat hullámegyenletre. Fourier-módszer. Vegyes feladat hőegyenletre, maximum-tétel. Cauchy-feladat hőegyenletre, Duhamel-elv, Peremérték-feladatok potenciálegyenletre. Fixponttételek és alkalmazásaik.
Irodalom:
Székelyhidi L.: Elsőrendű parciális differenciálegyenletek, KLTE TTK, 1980.
Czáh L., Simon L.: Parciális differenciálegyenletek I., Tankönyvkiadó, 1970.
Simon L.: Parciális differenciálegyenletek II., Tankönyvkiadó, 1970.
Simon L., Baderko E. A.: Másodrendű lineáris parciális differenciálegyenletek, Tankönyvkiadó, 1983.
G. B. Folland: Lectures on Partial Differential Equations, Tata Institute of Fundamental Research, 1983.
M. Schechter: Modern Methods in Partial Differential Equations, McGraw-Hill, 1977.

Tárgykód: TMME0208
A tantárgy neve: Trigomonetrikus sorok
2+1 óra, 4 kredit, K
Előfeltétele: Analízis alkalmazásai
Fourier-sorok. Fejér-tétel. A trigonometrikus rendszer teljessége. Riemann-lemma. Konvergencia-kritériumok. Fourier-transzformált. Inverziós formula. Ortogonális polinomok. Laguerre-függvények teljessége. Laplace-transzformáció.
Irodalom:
Pál L. Gy.: Ortogonális függvénysorok, Tankönyvkiadó, 1978.
Szőkefalvi-Nagy B.: Valós függvények és függvénysorok, Tankönyvkiadó, 1975.

Tárgykód: TMME0302, TMMG0302
A tantárgy neve: Modern differenciálgeometria
2+2 óra, 5 kredit, K, Gy
Előfeltétele: Geometria és topológia alkalmazásai

Topologikus sokaságok, alapvető példák és konstrukciók (gömbök, tóruszok, a valós projektív sík, Klein-palack, Möbius-szalag). A kétdimenziós kompakt topologikus sokaságok osztályozása (bizonyítás nélkül). Sima sokaságok, sima leképezések és diffeomorfizmusok. Beágyazott részsokaságok $\mathbf{R}^n$-ben, Whitney tétele (bizonyítás nélkül). $\mathbf{R}^n$-beli részsokaság érintőtere, az érintővektorok és a derivációk azonosítása. Az érintővektorok absztrakt definíciója, sokaság érintőnyalábja, sima leképezések deriváltja. Vektormezők és közönséges differenciálegyenletek. A vektormezők Lie-algebrája, a Lie-zárójel geometriai jelentése, kommutáló vektormezők. Kovariáns deriválás sokaságokon, görbementi vektormezők kovariáns deriváltja, geodetikusok. A görbületi és torzió tenzor, az algebrai és a differenciális Bianchi-azonosság. Riemann-sokaságok, a Riemann-geometria alaplemmája. A Riemann-féle görbületi tenzor, metszetgörbület, Schur tétele, térformák. Ricci-tenzor, Ricci-görbület, skalárgörbület. Hiperfelületek $\mathbf{R}^{n+1}$-ben, a Gauss- és a Codazzi-Mainardi-egyenletek, a Gauss-görbület. Geodetikusok Riemann-sokaságokon.

Irodalom:

L. Conlon: Differentiable Manifolds, Birkhäuser, 2001.
P. Petersen: Riemannian Geometry, Springer-Verlag, 2006.
Szilasi J.: Bevezetés a differenciálgeometriába, Kossuth Egyetemi Kiadó, 1998.

Tárgykód: TMME0303
A tantárgy neve: Hiperbolikus geometria
2+1 óra, 4 kredit, K
Előfeltétele: Geometria és topológia alkalmazásai

A Poincaré-féle felső félsík és a Riemann-gömb. Az általános Möbius-csoport. Ívhossz és hiperbolikus távolság. Izometriák és metrikus tulajdonságok. Konvexitás, terület, hiperbolikus trigonometria. További modellek.

Irodalom:

James W. Anderson: Hyperbolic Geometry, Springer-Verlag, 2005.
Richard S. Millman, George D. Parker: Geometry (A metric approach with models), Springer-Verlag, 1991.

Tárgykód: TMME0304
A tantárgy neve: Véges geometriák
2+1 óra, 4 kredit, K
Előfeltétele: nincs

Véges geometriák. Illeszkedési struktúrák. Projektív és affin síkok. Galois-geometriák. Kombinatorikai és csoportelméleti módszerek geometriai alkalmazásai. Véges algebrai geometria. Kódelméleti alkalmazások. Véges affin és projektív geometriák. Ciklikus síkok. Blokkrendszerek, konstrukciók, létezési kérdések. Steiner-rendszerek. Möbius-síkok. Kvadratikus halmazok, oválisok és hiperoválisok.

Irodalom:

Kiss György, Szőnyi Tamás: Véges geometriák. Polygon, 2001.
Hughes, Piper: Projective planes, Springer-Verlag, 1973.
Hughes, Piper: Design theory, Cambridge University Press, 1988.
Dembowski: Finite geometries, Springer-Verlag, 1997.

Tárgykód: TMME0403, TMMG0403
A tantárgy neve: Sztochasztikus folyamatok
2+2 óra, 5 kredit, K, Gy
Előfeltétele: Valószínűségszámítás alkalmazásai

Martingál, szub- és szupermartingál. Konvergenciatétel, reguláris martingálok. Doob-felbontás, négyzetesen integrálható martingálok konvergenciahalmaza. Megállási idők, Wald-azonosság. Diszkrét paraméterű Markov-láncok. Az állapotok osztályozása, periódus, átmeneti és visszatérő állapotok. Az átmenet-valószínűségek határértéke. Pozitív és nullállapotok. Stacionárius eloszlás, ergodikus Markov-láncok. Pontfolyamatok, Poisson-folyamat. Wiener-folyamat konstrukciója. Kvadratikus variáció. A trajektóriák analitikus tulajdonságai (folytonosság, nem-differenciálhatóság, Hölder-folytonosság). Négyzetesen integrálható folyamatok. Gyengén stacionárius folyamatok, lineáris szűrők. Az idősorok analízisének elemei. Erősen stacionárius folyamatok, ergodikus tételek. Diszkrét és folytonos idejű Markov-láncok és alkalmazásaik. Az Itô-féle sztochasztikus integrál, sztochasztikus differenciálegyenletek, diffúziós folyamatok.

Irodalom:

I. I. Gihman, A. D. Szkorohod: Bevezetés a sztochasztikus folyamatok elméletébe, Műszaki Könyvkiadó, 1975.
S. Karlin, H. M. Taylor: Sztochasztikus folyamatok, Gondolat, 1985.
I. Karatzas, S. E. Shreve: Brownian Motion and Stochastic Calculus, Springer-Verlag, 1991.
L. Arnold: Sztochasztikus differenciálegyenletek, Műszaki Könyvkiadó, 1984.
Pap Gyula: Sztochasztikus folyamatok, http://www.inf.unideb.hu/valseg/dolgozok/papgy/okt.html

Tárgykód: TMME0405
A tantárgy neve: Többváltozós statisztika
2+1 óra, 4 kredit, K
Előfeltétele: Matematikai statisztika alkalmazásai

Többdimenziós minta. A mintaátlag és az empirikus szórás tulajdonságai. Wishart-eloszlás. Többdimenziós normális eloszlásból vett minta. Maximum likelihood becslés normális eloszlású minta esetén. Hotelling-féle T^2-próba. Főkomponens analízis, tapasztalati főkomponensek. Faktoranalízis. Paraméterek becslése a faktormodellben, faktorok forgatása. Kanonikus korreláció analízis, a kanonikus faktorok meghatározása. Többváltozós regresszió, maximum likelihood becslés a többváltozós regressziós modellben. Osztályozási módszerek. Maximum likelihoood és Bayes döntés. Becslési módszerek. Logisztikus regresszió. A legközelebbi társ módszer. Cluster analízis. Távolságok és hasonlóságok. Hierarchikus módszerek. A k-közép módszer. Többdimenziós skálázás: metrikus és nemmetrikus módszerek. A Shephard-Kruskal-algoritmus.

Irodalom:

Fazekas I. (szerk.): Bevezetés a matematikai statisztikába, Kossuth Egyetemi Kiadó, 2003.
Móri F. T., Székely J. G. (szerk.): Többváltozós statisztikai analízis, Műszaki Könyvkiadó, 1986.
A. J. Izenman: Modern Multivariate Statistical Techniques. Regression, Classification and Manifold Learning, Springer, 2008.
N. H. Timm: Applied Multivariate Analysis, Springer, 2002.
K. V. Mardia, J. T. Kent, J. M. Bibby: Multivariate Analysis, Academic Press, 1982.

Tárgykód: TMME0111
A tantárgy neve: Gráfelmélet I.
2+1 óra, 4 kredit, K
Előfeltétele: nincs

Testek alkalmazásai. Párosításelmélet, általános faktorok. Gráfok beágyazásai. Erősen reguláris gráfok, az egészségi feltétel és alkalmazásai. Leszámláló kombinatorika: generátorfüggvények, inverziós formulák, rekurziók. Mechanikus összegzés. Gráfelméleti alkalmazások (fák, feszítő fák, 1-faktorok száma). Véletlen módszerek: várható érték és második momentum módszer, véletlen gráfok, küszöbfüggvény.

Irodalom:

Bollobás Béla: Random graphs, Cambridge University Press, 2001.
Bollobás Béla: Extremal graph theory, Dover Publications, 2004.
J. Gross, J. Yellen: Graph theory and its applications, Chapman & Hall/CRC, 2006.
G. Gutin, J. Bang-Jensen: Digraphs: Theory, Algorithms and Applications, Springer-Verlag, 2000.
W. Kocay, D. Kreher: Graphs, algorithms and optimization, Chapman & Hall/CRC, 2005.
L. Lovász, M. D. Plummer: Matching Theory, North-Holland, 1986.

Tárgykód: TMME0112
A tantárgy neve: Gráfelmélet II.
2+1 óra, 4 kredit, K
Előfeltétele: Gráfelmélet I.
Extremális kombinatorika: extremális halmazrendszerekről és gráfokról szóló klasszikus tételek. Rendezés és kiválasztás, kupac. Dinamikus programozás. Gráfalgoritmusok: szélességi és mélységi keresés, feszítőfák, legrövidebb utak, párosítás páros gráfban, magyar módszer, folyamok. Kereső fák, amortizációs idő, Fibonacci-kupac. Huffmann-kód, Lempel-Ziv-Welch eljárása.
Irodalom:
Bollobás Béla: Random graphs, Cambridge University Press, 2001.
Bollobás Béla: Extremal graph theory, Dover Publications, 2004.
J. Gross, J. Yellen: Graph theory and its applications, Chapman & Hall/CRC, 2006.
G. Gutin, J. Bang-Jensen: Digraphs: Theory, Algorithms and Applications, Springer-Verlag, 2000.
W. Kocay, D. Kreher: Graphs, algorithms and optimization, Chapman & Hall/CRC, 2005.
L. Lovász, M. D. Plummer: Matching Theory, North-Holland, 1986.

Differenciált szakmai anyag

Tárgykód: TMME0103, TMMG0103
A tantárgy neve: Véges testek és alkalmazásaik
2+2 óra, 5 kredit, K, Gy
Előfeltétele: Algebra és számelmélet alkalmazásai
Véges testek struktúrája és automorfizmusai. Véges test feletti polinomok: körosztási és irreducibilis polinomok. Polinomok felbontása véges testek felett. Berlekamp-algoritmus. A véges testek alkalmazásai a hibajavító kódok elméletében, a kombinatorikában és a kriptográfiában.
Irodalom:
Kiss Emil: Bevezetés az algebrába, Typotex, 2007.
R. Lidl, H. Niederreiter, Introduction to Finite Fields and Their Applications, Cambridge University Press, 1994.
Lakatos Piroska: Algebrai kódelmélet, egyetemi jegyzet, Matematika Intézet, Debrecen, 1998.
D. R. Stinson: Cryptography: Theory and Practice, CRC Press, 1995.
A. J. Menezes, P. C. van Oorschot, S. A. Vanstone: The Handbook of Applied Cryptography, CRC Press, 1996.
Oliver Pretzel: Error Correcting Codes and Finite Fields, Clarendon Press, Oxford, 1992.

Tárgykód: TMME0116, TMMG0116
A tantárgy neve: Kódelmélet
2+2 óra, 5 kredit, K, Gy
Előfeltétele: Lineáris algebra alkalmazásai, Véges testek és alkalmazásaik
A kódelmélet algebrai alapjai. Lineáris kódok. Generátor- és paritásellenőrző mátrix, kód duálisa, korlátok kódokra (Hamming-korlát, Singleton-korlát). Hamming-kód és dekódolása (standard táblázat, szindróma táblázat, lépésenkénti dekódolás). Ciklikus kód, BCH kód, Reed-Solomon kód, Reed-Müller kód, Golay-kód. A digitális adathordozókon használt kódolás. Hibajavító dekódolási algoritmusok, technikák. Titkosírási alkalmazások.
Irodalom:
Lakatos Piroska: Kódelmélet, Kossuth Lajos Tudományegyetem, Matematikai Intézet, 1998.
Győrfi László, Győri Sándor, Vajda István: Információ és kódelmélet, Typotex, 2002.
E. R. Berlekamp: Algebraic Coding Theory, Aegean Park Press, 1984.
Madhu Sudan: http://people.csail.mit.edu/madhu/FT01/course.html
Ronny Roth: Introduction to Coding Theory, Cambridge University Press, 2006.
F. J. MacWilliams, N. J. A. Sloane: The Theory of Error-Correcting Codes, North-Holland, 1986.
S. A. Vanstone, P. C. van Oorschot: An Introduction to Error Correcting Codes with Applications, Kluwer Academic Publishers, 1989.
Oliver Pretzel: Error Correcting Codes and Finite Fields, Clarendon Press, Oxford, 1992.

Tárgykód: TMME0126
A tantárgy neve: Véges p-csoportok
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétel: Csoportelmélet
A véges p-csoportok elemi tulajdonságai. A p^2, p^3 rendű csoportok leírása. Frattini részcsoport. Alsó és felső centrális sorozatok. Burnside bázis tétele. A diéder, féldiéder és általános kvaternió csoport. Maximális részcsoportok. Koszorúszorzatok. Két p rendű csoport koszorúszorzatának a szerkezete. Hatvány teljes p-csoport szerkezete és a részcsoport generátorai.
Irodalom:
Bódi Béla: Algebra I, Kossuth Egyetemi Kiadó, 2000.
Fuchs László: Algebra, Nemzeti Tankönyvkiadó.
B. L. van der Waerden: Algebra, Volume I., Springer, 2003.

Tárgykód: TMME0127
A tantárgy neve: Klasszikus gyűrűelmélet
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétel: Gyűrű- és testelmélet
Artin-gyűrűk. Radikál és Artin-Wedderburn tétele a félig egyszerű gyűrűkről. Algebrai algebrák. Polinomiális azonosságok elmélete. Algebrai algebrák polinomiális azonossággal. Kuros probléma. Golod ellenpéldája. Noether-gyűrűk.
Irodalom:
Bódi Béla: Algebra II, Kossuth Egyetemi Kiadó, 2000.
Fuchs László: Algebra, Nemzeti Tankönyvkiadó.
B. L. van der Waerden: Algebra, Volume II., Springer, 2003.

Tárgykód: TMME0128
A tantárgy neve: Véges dimenziós algebrák
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Csoportelmélet
Kétdimenziós algebrák. Modulusok és reprezentációk kapcsolata. Jordan-Hölder tétel, modulusok direkt összege. Algebrák endomorfizmusainak a modulusokkal való kapcsolata. Peirce felbontás. Féligegyszerű algebrák, azok reprezentációi és modulusok. Wedderburn-Artin tétel. Algebrák és modulusok radikáljainak legfontosabb tulajdonságai. Főmodulusok. Projektív modulusok, projektív lezártak. Krull-Schmidt tétel. Gráfalgebrák. Homológikus módszerek.
Irodalom:
Yurij A. Drozd, Vladimir V. Kirichenko: Finite Dimensional Algebras, Springer-Verlag, 1994.

Tárgykód: TMME0118
A tantárgy neve: Rácselmélet
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Algebra és számelmélet alkalmazásai
Alapfogalmak, unimoduláris transzformációk, rácsdetermináns, poláris rács. Rácsok és kvadratikus formák. Konvex halmazok, Minkowski tétele, szukcesszív minimumok. Rácselméleti algoritmusok. Alkalmazások.
Irodalom:
J. W. S. Cassels: An Introduction to the Geometry of Numbers, Springer, 1959.
P. M. Gruber, C. G. Lekkerkerker: Geometry of Numbers, North-Holland Publishing Co., 1987.
H. Cohen: A Course in Computational Algebraic Number Theory, Springer, 1995.
Freud R., Gyarmati E.: Számelmélet, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2000.

Tárgykód: TMME0120
A tantárgy neve: Egységek és egységegyenletek
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Algebra és számelmélet alkalmazásai
Algebrai számtestek egységcsoportja, egységek, alapegységrendszerek, a Dirichlet-féle egységtétel. Adott normájú elemek algebrai számtestekben. Az egységegyenletek effektív és ineffektív elméletének alapjai.
Irodalom:
Freud Róbert, Gyarmati Edit: Számelmélet, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2004.
Z. I. Borevich, I. R. Shafarevich: Number theory, Academic Press, 1966.
T. N. Shorey, R. Tijdeman: Exponential Diophantine Equations, Cambridge University Press, 1986.

Tárgykód: TMME0119
A tantárgy neve: Értékeléselmélet
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Algebra és számelmélet alkalmazásai

Értékelés definíciója, ekvivalens értékelések, értékelések függetlensége. Prímtestek értékelései. Arkhimédeszi és nem-arkhimédeszi értékelések. Arkhimédeszi értékeléssel ellátott testek aritmetikai tulajdonságai. Egy test teljes lezártja egy értékelésre nézve. Értékelés kiterjesztése egy teljesen transzcendens bővítésre. Egy teljes test értékelésének kiterjesztése egy véges algebrai bővítésre.

Irodalom:

H. Hasse: Number Theory, Springer, 2002.
Z. I. Borevich, I. R. Shafarevich: Number Theory, Academic Press, 1966.
H. Cohen: Number Theory, Springer, 2007.

Tárgykód: TMME0121
A tantárgy neve: Algoritmusok diofantikus egyenletek megoldására
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Algebra és számelmélet alkalmazásai

Algebrai számtestek, egész bázis, alapegységek. Lánctört algoritmus, Pell egyenlet. Thue egyenletek és egyenlőtlenségek: ineffektív, effektív és konstruktív módszerek. Hiperelliptikus egyenlet, Mordell egyenlet.

Irodalom:

Ivan Niven, Herbert S. Zuckerman: An introduction to the theory of numbers, John Wiley & Sons, 1980.
István Gaál: Diophantine equations and power integral bases. New computational methods, Birkhäuser, 2002.
Nigel P. Smart: The algorithmic resolution of diophantine equations, Cambridge University Press, 1998.
B. M. M. de Weger: Algorithms for diophantine equations, Centrum voor Wiskunde en Informatica, 1989.

Tárgykód: TMME0129
A tantárgy neve: Algebrai számtestek monogenitása
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Klasszikus számelmélet

Egész bázisok, elem indexe. Hatvány egész bázisok, index forma egyenletek. Index forma egyenletek megoldása. Redukciós és leszámlálási módszerek.

Irodalom:

István Gaál: Diophantine equations and power integral bases. New computational methods, Birkhäuser, 2002.
Nigel P. Smart: The algorithmic resolution of diophantine equations, Cambridge University Press, 1998.
B. M. M. de Weger: Algorithms for diophantine equations, Centrum voor Wiskunde en Informatica, 1989.

Tárgykód: TMME0130
A tantárgy neve: Diofantikus approximáció és alkalmazásai diofantikus egyenletekre
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Algebra és számelmélet alkalmazásai

Siegel lemma, rácsok, Minkowski tételei rácsokkal kapcsolatban. Abszolútértékek és magasságok. A Dirichlet tétel és a Liouville tétel. Roth tétele. Thue egyenletek. Thue egyenletek megoldásszáma, kis és nagy megoldások számbavétele. Kétváltozós S-egységegyenletek és hiperelliptikus egyenletek megoldásszáma. Schmidt altértétele. Az altértétel kvantitatív verziója, alkalmazása S-egységegyenletek és norma forma egyenletek megoldásszámának becslésére.

Irodalom:

W. M. Schmidt: Diophantine Approximation, Springer, 1980.
W. M. Schmidt: Diophantine Approximations and Diophantine Equations, Springer, 1991.
S. Lang: Introduction to Diophantine Approximations, Springer, 1995.

Tárgykód: TMME0131
A tantárgy neve: Elliptikus görbék es alkalmazásaik
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Algebra és számelmélet alkalmazásai

Elliptikus görbék. Alapfogalmak, invariánsok, moduláris formák, LFT, Wiles tétel. Példák. Prímteszt és faktorizáció elliptikus görbék segítségével és az ECC, elliptikus görbéken alapuló kriptográfia.

Irodalom:

L. C. Washington: Elliptic curves, Number Theory and Cryptography, Chapman & Hall/CRC.

Tárgykód: TMME0132
A tantárgy neve: Prímtesztek
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Algebra és számelmélet alkalmazásai

Számelméleti alapok (Euklideszi algoritmus, kínai maradéktétel, kvadratikus maradékok). Csoportelméleti alapok. Klasszikus tesztek. Fermat-teszt, Miller-Rabin teszt. Solovay-Strassen teszt. Agrawal-Kayal-Saxena teszt.

Irodalom:

Jörn Steuding: Diophantine Analysis, Chapman & Hall/CRC.
Martin Dietzfelbinger: Primality Testing in Polynomial Time.

Tárgykód: TMME0133
A tantárgy neve: Effektív módszerek a szuperelliptikus egyenletek elméletében
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Klasszikus számelmélet

Algebrai számelméleti alapok, szuperelliptikus egyenlet fogalma. Végességi tételek, Baker-módszer alkalmazása szuperelliptikus egyenletekre. Általánosított Ramanujan-Lebesque-Nagell egyenlet, rekurzív sorozatokban előforduló primitív prímosztók és alkalmazásuk szuperelliptikus egyenletek megoldására.

Irodalom:

T. N. Shorey and R. Tijdeman: Exponential diophantine equations, Cambridge, 1986.
J. H. Evertse, K. Győry, C. L. Stewart, R. Tijdeman: S-unit equations and their applications, in: New Advances in Transcendence Theory, Cambridge, 1988, pp. 110-174.

Tárgykód: TMME0134
A tantárgy neve: Additív számelmélet
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Algebra és számelmélet alkalmazásai

Klasszikus additív számelméleti halmazok vizsgálata. Számok előállítása 2 és 4 négyzetszám összegeként (mely számok állnak elő, az előállítások száma). Számok előállítása köbszámok és negyedik hatványok összegeként. Előállíthatóság magasabb hatványokkal (Waring probléma) Hincsin elemi módszerével.

Irodalom:

Richard K. Guy: Unsolved Problems in Number Theory Vol. 1, 2004.
Melvyn B. Nathanson: Additive Number Theory: The Classical Bases, Springer-Verlag, 1996.
T. Tao, V. Vu: Additive Combinatorics, Cambridge University Press, 2006.
R. C. Vaughan: The Hardy-Littlewood Method, Cambridge Tract, 1997.

Tárgykód: TMME0135
A tantárgy neve: Elemi és kombinatorikus számelmélet
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Algebra és számelmélet alkalmazásai

Mi mondható A+B sűrűségéről, ha ismerjük A és B sűrűségét? Schnirelmann, Mann, Kneser tételei. Mi mondható az A+B elemszámáról, ha ismerjük A és B elemszámát, A, B pedig modulo m vett maradékosztályokból áll? Cauchy-Davenport, Mann-Kneser, Diaz-Hamidoune tételei. Ha adott egy A halmaz, hogyan lehet (minél kisebb) B halmazt készíteni, hogy A+B minden elég nagy számot tartalmazzon? Ha tudjuk, hogy egy halmaz elemeiből képzett összegek mind különbözőek (Sidon halmaz), mit mondhatunk az elemek számáról?

Irodalom:

G. A. Freiman: Foundations of a Structural Theory of Set Addition, Amer. Math. Soc., 1973.
Melvyn B. Nathanson: Elementary Methods in Number Theory, Springer-Verlag, 2000.
Melvyn B. Nathanson: Additive Number Theory: Inverse Problems and the Geometry of Sumsets, Springer-Verlag, 1996.
T. Tao, V. Vu: Additive Combinatorics, Cambridge University Press, 2006.

Tárgykód: TMMG0136
A tantárgy neve: Komputerszámelméleti, komputeralgebrai programcsomagok
0+4 óra, 4 kredit, Gy
Előfeltétele: Algebra és számelmélet alkalmazásai

A fontosabb matematikai programcsomagok áttekintése. Alapvető programozási eszközök a MAGMA, PARI és MAPLE programcsomagokban (adatszerkezetek, feltételes utasítások, ciklusok kezelése, iteráció, rekurzió, függvények, eljárások). Fontosabb algebrai struktúrák kezelése. Görbék kezelése a különböző programcsomagokban, egész pontok keresése. Különféle diofantoszi egyenletek megoldása a programcsomagok segítségével.

Irodalom:

J. Canon, W. Bosma: Handbook of MAGMA, elektronikusan elérhető segédanyag.
J. Canon, C. Playoust: An Introduction to Algebraic Programming with MAGMA, elektronikusan elérhető segédanyag.
C. Batut, K. Belabas, D. Bernardi, H. Cohen, M. Olivier: User's Guide to PARI/GP (version 2.3.1), elektronikusan elérhető segédanyag.
A. Heck: Introduction to Maple. Springer-Verlag, 2003.

Tárgykód: TMME0105, TMMG0105
A tantárgy neve: Algoritmusok
2+2 óra, 5 kredit, K, Gy
Előfeltétele: Gráfelmélet II.

Rendezés és kiválasztás, kupac, Fibonacci-kupac. Dinamikus programozás. Gráfalgoritmusok: Dijkstra algoritmus, Bellman-Ford módszere, Floyd módszere bármely 2 csúcspont közötti legrövidebb út meghatározására. Folyamok, maximális folyam, minimális vágás, Ford-Fulkerson algoritmus, Edmonds-Karp és Dinic algoritmus. Hash-elés. Turing gépek. NP-teljes problémák, algoritmusok bonyolultsága és kiszámíthatósági kérdések. Prímtesztek.

Irodalom:

Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest: Új algoritmusok, Scolar Kiadó, 2003.
Gács P., Lovász L.: Algoritmusok, Műszaki Könyvkiadó, 1978.
Rónyai L., Ivanyos G., Szabó R.: Algoritmusok, Typotex, 1998.
Herbert S. Wilf: Algorithms and Complexity, electronic edition, 1994.

Tárgykód: TMME0137
A tantárgy neve: Kombinatorikus optimalizálás
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: nincs

Optimalizálási problémák bonyolultsága, szuboptimális algoritmusok, szétválasztás és korlátozás módszere. Intervallumpakolási, intervallumszínezési, ládapakolási, hozzárendelési, kvadratikus hozzárendelési, ütemezési, halmazlefedési problémák. Teljesen unimoduláris mátrixok, egészértékű lineáris programozás.

Irodalom:

Imreh Balázs, Imreh Csanád: Kombinatorikus optimalizálás, Novadat, 2005.
Bernhard Korte, Jens Vygen: Combinatorial Optimization, Springer-Verlag, 2006.
Alexander Schrijver: Theory of Linear and Integer Programming, John Wiley & Sons, 1990.

Tárgykód: TMME0107, TMMG0107
A tantárgy neve: Kombinatorika alkalmazásai
2+2 óra, 5 kredit, K, Gy
Előfeltétele: nincs

Leszámláló kombinatorika, permutációkkal és osztályozásokkal kapcsolatos leszámlálási problémák. Halmazrendszerek, hipergráfok, extremális kombinatorika, blokkrendszerek. Kombinatorikus optimalizálás, kombinatorika alkalmazásai.

Irodalom:

Bollobás Béla: Combinatorics. Set systems, hypergraphs, families of vectors and combinatorial probability, Cambridge University Press, 1986.
Bóna Miklós: Combinatorics of permutations, Chapman & Hall/CRC, 2004.
Hajnal Péter: Összeszámlálási problémák, Polygon, 1997.
Eugene L. Lawler: Kombinatorikus optimalizálás: hálózatok és matroidok, Műszaki Könyvkiadó, 1982.
Herbert S. Wilf: Generatingfunctionology, 2006.

Tárgykód: TMME0203
A tantárgy neve: Közönséges differenciálegyenletek alkalmazásai
2+1 óra, 4 kredit, K
Előfeltétele: Analízis alkalmazásai

Stabilitáselmélet. Periodikus megoldások. Peremérték-feladatok lineáris differenciálegyenletekre. A variációszámítás alapfeladata. Euler-Lagrange-differenciálegyenletek. Geometriai módszerek a mechanikában. Lagrange- és Hamilton-rendszerek. Legendre-transzformáció. Euler-Lagrange-egyenletek, Hamilton-egyenletek. Szimmetriák és megmaradási tételek.

Irodalom:

V. I. Arnold: Közönséges differenciálegyenletek, Műszaki Könyvkiadó, 1987.
Kósa A.: Variációszámítás, Tankönyvkiadó, 1972.
M. de León, P. R. Rodrigues: Methods of differential geometry in analytical mechanics, Elsevier Science, 1989.
R. Abraham, J. E. Marsden: Foundations of mechanics, Benjamin/Cummings, 1978.

Tárgykód: TMME0202
A tantárgy neve: Ortogonális polinomok
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Analízis alkalmazásai

Hilbert-terek, ortonormált rendszerek. Trigonometrikus- és ortogonális polinomsorok pontonkénti és egyenletes konvergenciája. Fourier-transzformáció. Az approximációelmélet elemei. Stone-tétel, Bohmann-Korovkin-tétel. Legjobb approximáció polinomokkal. Jackson tételei. Interpoláció. Spline-függvények. Approximáció racionális függvényekkel.

Irodalom:

Paál L. Gy.: Ortogonális függvénysorok, Tankönyvkiadó, 1982.
Szőkefalvi-Nagy B.: Valós függvények és függvénysorok, Tankönyvkiadó, 1972.
I. P. Natanszon: Konstruktív függvénytan, Tankönyvkiadó, 1952.
N. I. Ahijezer: Előadások az approximáció elméletéről, Akadémiai Kiadó, 1951.

Tárgykód: TMME0210
A tantárgy neve: Fixponttételek
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Analízis alkalmazásai

Sperner lemma. Knaster-Kuratowicz-Mazurkiewicz-tétel. Brouwer-féle fixponttétel. Pozitív és negatív retrakt elv. Ky Fan-egyenlőtenség. Equilibrium tétel. Kakutani-Fan-Glicksberg-féle fixponttétel. Kompakt operátorok, Schauder-féle fixponttétel. Tyihonov-féle és Markov-Kakutani-féle fixponttételek. A nemkompaktság Kuratowski-féle mértéke. Kondenzáló operátorok, Darbo-Szadovszkij-féle fixponttétel. Nash-féle equilibrium. Neumann-féle minimax tétel. Variációs egyenlőtlenségek. Browder és Hartmann-Stampacchia tétel. Nemexpanzív operátorok. Browder-féle fixponttétel. Alkalmazások: Integrál és differenciálegyenletek egzisztencia és unicitástételei. A Haar-mérték létezése kompakt Abel-csoportokon. Játékelmélet.

Irodalom:

E. Zeidler: Nonlinear Functional Analysis and its Applications I-IV, Springer, 1986.
A. Granas, J. Dugundji: Fixed Point Theory, Springer, 2003.

Tárgykód: TMME0216
A tantárgy neve: Iteratív fixponttételek és alkalmazásaik
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Analízis alkalmazásai

Banach-féle fixponttétel és általánosításai, iteratív fixponttételek. A fixpont stabilitása és folytonos függése. Ekeland-féle variációs elv és Caristi-féle fixponttétel. Parciálisan rendezett halmazokra vonatkozó Tarski-féle fixponttétel. Egzisztencia és unicitási kérdések fixponttételekként való átfogalmazása: Inverz, implicit és nyílt leképezés tételek; Differenciálegyenletek egzisztencia és unicitás tételei; Nemlineáris egyenletrendszerek megoldása; Fraktálelmélet.

Irodalom:

E. Zeidler: Nonlinear Functional Analysis and its Applications I-IV, Springer, 1986.
A. Granas, J. Dugundji: Fixed Point Theory, Springer, 2003.
V. Berinde: Iterative Approximation of Fixed Points, Efemeride, 2002.

Tárgykód: TMME0217
A tantárgy neve: Operátorelmélet
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Funkcionálanalízis

Hilbert-terek korlátos operátorai. Spektrum. Kompakt operátorok spektrálelmélete. Fredholm-operátorok. Spektrálmértékek, spektráltétel. Nem-korlátos operátorok.

Irodalom:

Kérchy L.: Hilbert terek operátorai, Polygon, 2003.
Riesz F., Szőkefalvi-Nagy B.: Funkcionálanalízis, Tankönyvkiadó, 1988.
J. B. Conway: A Course in Functional Analysis, Springer, 1990.
G. J. Murphy: C*-Algebras and Operator Theory, Academic Press, 1990.

Tárgykód: TMME0218
A tantárgy neve: Banach-algebrák
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Funkcionálanalízis

Banach-algebrák. Spektrum. Holomorf függvénykalkulus. Kommutatív Banach-algebrák Gelfand-elmélete. Banach-algebrák reprezentációi. C*-algebrák. A folytonos függvénykalkulus. C*-algebrák reprezentációi. A GNS-konstrukció, Gelfand-Naimark tétel.

Irodalom:

J. B. Conway: A Course in Functional Analysis, Springer, 1990.
G. J. Murphy: C*-Algebras and Operator Theory, Academic Press, 1990.

Tárgykód: TMME0219
A tantárgy neve: Fejezetek a funkcionálanalízisből
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Funkcionálanalízis

A félév során a funkcionálanalízis alábbi területei közül választott fejezetek kerülnek tárgyalásra: Hilbert-terek korlátos és nem-korlátos operátorainak spektrálelmélete. A kvantummechanika matematikai alapjai. A Neumann-algebrák elméletének elemei. Operátoralgebrák és függvényalgebrák transzformációi.

Irodalom:

Kérchy L.: Hilbert terek operátorai, Polygon, 2003.
Riesz F., Szőkefalvi-Nagy B., Funkcionálanalízis, Tankönyvkiadó, 1988.
J. B. Conway: A Course in Functional Analysis, Springer, 1990.
J. M. Jauch: Foundations of Quantum Mechanics, Addison-Wesley, 1968.
R. V. Kadison, J. R. Ringrose: Fundamentals of the Theory of Operator Algebras. Vol. I, Academic Press, 1983.
R. V. Kadison, J. R. Ringrose: Fundamentals of the Theory of Operator Algebras. Vol. II, Academic Press, 1986.

Tárgykód: TMME0220
A tantárgy neve: **Függvényegyenletek**
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Analízis alkalmazásai

A Cauchy-féle alapegyenletek és további lineáris egyenletek. A Pexider, Jensen, Hosszú, D'Alembert és normanégyzet egyenletek. Derivációk és az információelmélet függvényegyenletei. Kiterjesztési és stabilitási tételek. Függvényösszetételt tartalmazó egyenletek. A függvényegyenletek regularitáselméletének alapjai. Alkalmazások.

Irodalom:

J. Aczél, J. Dhombres: Functional Equations in Several Variables, Cambridge University Press, 1989.
A. Járai: Regularity Properties of Functional Equations in Several Variables, Springer-Verlag, 2005.
M. Kuczma: An Introduction to the Theory of Functional Equations and Inequalities, Prace Naukowe Universitetu Słaskiego w Katowicach, Państwowe Wydawnictwo Naukowe-Universitet Słaski, 1985.

Tárgykód: TMME0221
A tantárgy neve: Függvényegyenlőtlenségek
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Analízis alkalmazásai

Konvex függvények és általánosításaik, Jensen-egyenlőtlenség. Schur-konvexitás és majorizáció. A középértékek elmélete. Az összehasonlítás, egyenlőség és homogenitás problémája, valamint Hölder és Minkowski típusú egyenlőtlenségek a kváziaritmetikai és további középértékosztályokban.

Irodalom:

G. H. Hardy, J. E. Littlewood, Gy. Pólya: Inequalities, Cambridge University Press, 1952.
M. Kuczma: An Introduction to the Theory of Functional Equations and Inequalities, Prace Naukowe Universitetu Słaskiego w Katowicach, Państwowe Wydawnictwo Naukowe-Universitet Słaski, 1985.
A. W. Roberts, D. E. Varberg: Convex Functions, Academic Press, 1973.

Tárgykód: TMME0222
A tantárgy neve: Diszkrét középértékek
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Analízis alkalmazásai

Kétváltozós középértékek fogalma. Klasszikus közepek. Gauss-féle kompozíció. Középérték-osztályok. Kváziaritmetikai közepek: jellemzésük, összehasonlítás, a homogenitás kérdése. Középérték-sorozatok. A Kolmogorov-Nagumo tétel. Eltérés-közepek. Általános egyenlőtlenség. Matkowski-Suto típusú problémák.

Irodalom:

G. H. Hardy, J. E. Littlewood, Gy. Pólya: Inequalities, Cambridge University Press, 1952.

Tárgykód: TMME0223
A tantárgy neve: Disztribúciók és integráltranszformációk
2+1 óra, 4 kredit, K
Előfeltétele: Parciális differenciálegyenletek alkalmazásai

A tesztfüggvények és a disztribúciók terei. Deriválás, direkt szorzat, konvolúció. Temperált disztribúciók. Fourier-transzformáció. Paley-Wiener-tétel. Állandó együtthatós parciális differenciálegyenletek alapmegoldása. Szoboljev terek. Beágyazási és kiterjesztési tételek. Állandó együtthatós hiperbolikus és parabolikus egyenletekre vonatkozó Cauchy-feladat általánosított és klasszikus megoldása. Elliptikus egyenletekre vonatkozó általánosított és klasszikus peremérték feladatok. Vegyes feladatok általánosított és klasszikus megoldása. Fourier- és Galjorkin-módszer.

Irodalom:

L. Simon, E. A. Baderko: Másodrendű lineáris parciális differenciálegyenletek, Tankönyvkiadó, 1983.
G. B. Folland: Lectures on Partial Differential Equations, Tata Institute of Fundamental Research, 1983.
M. Schechter: Modern Methods in Partial Differential Equations, McGraw-Hill, 1977.

Tárgykód: TMME0224
A tantárgy neve: Absztrakt harmonikus analízis
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Analízis alkalmazásai

Topológikus csoportok. Kompakt és lokálisan kompakt Abel-csoportok struktúra tételei. Haar-mérték, invariáns közepek. Mértékek konvolúciója. Lokálisan kompakt csoportok unitér reprezentációja. Karaktercsoport. Pontrjagin-féle dualitáselmélet.

Irodalom:

J. J. Benedetto: Spectral Synthesis, Academic Press, 1975.
J. Dieudonné: Treatise on Analysis, Vol. IV, Columbia University, 1975.
L. H. Loomis: An Introduction to Abstract Harmonic Analysis, Van Nostrand, 1953.
E. Hewitt, K. A. Ross: Abstract Harmonic Analysis, Springer-Verlag, 1963.
L. Sz. Pontrjagin: Topological Groups, Oxford University Press, 1946.

Tárgykód: TMME0225
A tantárgy neve: Konvex analízis
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Analízis alkalmazásai

Konvex halmazok és konvex függvények. Elválasztási és szendvics tételek. Konvex kúp adjungáltja, konvex halmaz polárisa. Dualitási tételek. Érintő és normál kúp. Konvex függvények Fenchel-Young transzformációja. Szubgradiens és *-szubgradiens. Ekeland-féle variációs elv. Lineáris és konvex programozás. Az optimalitás szükséges és elegendő feltételei.

Irodalom:

R. T. Rockafellar: Convex Analysis, Princeton University Press, 1997.
R. R. Phelps: Convex Functions, Monotone Operators and Differentiability, Springer-Verlag, 1993.

Tárgykód: TMME0226
A tantárgy neve: Nemsima analízis
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Analízis alkalmazásai

Lokális Lipschitz függvények. Rademacher tétel. Clarkel-féle iránymenti derivált és szubgradiens. Differenciálási szabályok. Clarke-féle érintőkúp. Nemsima szélsőérték problémák. Ekeland-féle variációs elv. Lagrange-féle multiplikátor tétel. Inverz- és implicitfüggvény tételek nemsima függvényekre.

Irodalom:

F. H. Clarke: Optimization and Nonsmooth Analysis, John Wiley & Sons, 1983.
W. Schirotzek: Nonsmooth Analysis, Springer, 2007.
D. Klatte, B. Kummer: Nonsmooth Equations in Optimization, Regularity, Calculus, Methods and Applications, Kluwer Academic Publishers, 2002.

Tárgykód: TMME0227
A tantárgy neve: Halmazértékű analízis
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Analízis alkalmazásai

Vietoris-féle topológiák. Kuratowski-féle határértékek. Hausdorff-féle metrikák. Halmazértékű függvények folytonosságai. Parakompaktság, egységfelbontás. Michael-féle szelekciótétel. Halmazértékű függvények mérhetősége. Mérhető szelekciók létezése. Struktúratétel.

Irodalom:

J.-P. Aubin, H. Frankowska: Set-Valued Analysis, Birkhäuser, 1990.
M. Muresan: An Introduction to Set-Valued Analysis, Cluj University Press, 1999.

Tárgykód: TMME0228
A tantárgy neve: Extrémum problémák
2+1 óra, 4 kredit, K
Előfeltétele: Analízis alkalmazásai

Klasszikus és modern szélsőérték feladatok. Fermat-elv. Feltételes szélsőérték problémák csökkenési, megengedett és érintőirányai, variációi és ezek kiszámítása. Nemlineáris sokaságok érintőterének leírása. Dubovickij-Milyutin-féle primálformájú szükséges feltételek. A szükséges feltételek duális alakja: első és másodrendű Lagrange-féle elv. Az optimum elegendő feltételei.

Irodalom:

A. D. Ioffe, V. M. Tihomirov: Theory of Extremal Problems, North-Holland, 1979.
V. Girsanov: Mathematical Theory of Extremum Problems, Moszkva, 1970.
Kósa A.: Optimumszámítási modellek, Műszaki Könyvkiadó, 1979.

Tárgykód: TMME0229
A tantárgy neve: Optimális folyamatok
2+1 óra, 4 kredit, K
Előfeltétele: Analízis alkalmazásai

A feltételes szélsőérték problémákra vonatkozó Lagrange-elv ismertetése. A variációszámítás és az optimális folyamatok elméletének alapfogalmai, gyenge és erős extrémum. Rögzített és mozgó végpontú, lineáris és nem lineáris, autonóm és nemautonóm rendszerekre vonatkozó optimum feladatok, ezek Hamilton-függvényei, konjugált trajektória. Az optimális folyamatokra vonatkozó lokális és globális Pontrjagin-féle maximum-elv. A variációszámítás Euler-Lagrange és Weierstrass-féle szükséges feltételei.

Irodalom:

A. D. Ioffe, V. M. Tihomirov: Theory of Extremal Problems, North-Holland, 1979.
V. Girsanov: Mathematical Theory of Extremum Problems, Moszkva, 1970.
A. A. Milyutin, N. P. Osmolovskii: Calculus of Variations and Optimal Control, American Mathematical Society, 1998.
Kósa A., Optimumszámítási modellek, Műszaki Könyvkiadó, 1979.

Tárgykód: TMME0205, TMMG0205
A tantárgy neve: Játékelmélet
2+2 óra, 5 kredit, K, Gy
Előfeltétele: nincs

A játékelmélet tárgya. Játékelméleti modellek, játékok extenzív, normál, illetve karakterisztikus függvény formája. Véges játékok néhány jellemzője. A játékelméletben alkalmazott fixponttételek és gráfelméleti eredmények. Nemkooperatív játékok általános tulajdonságai. Egyensúlyi helyzetek, a Nash-féle egyensúly fogalma, létezése és egyértelműsége. Kétszemélyes zéróösszegű játékok, mátrix-játékok. Kooperatív játékok alapvető jellemzői.

Irodalom:

K. C. Border: Fixed Point Theorems with Applications to Economics and Game Theory, Cambridge University Press, 1999.
Forgó F., Szép J., Szidarovszky F.: Introduction to the Theory of Games, Kluwer Academic Publishers, 1999.
J. von Neumann, O. Morgenstern: Theory of Games and Economic Behavior, Princeton University Press, 1944.
Martin J. Osborne: An Introduction to Game Theory, Oxford University Press, 2003.

Tárgykód: TMME0209, TMMG0209
A tantárgy neve: Konvex optimalizálás
2+2 óra, 5 kredit, K, Gy
Előfeltétele: Lineáris algebra alkalmazásai

Folytonos és sztochasztikus optimalizálás. Alternatíva tételek, Minkowski-Weyl-tétel, pivot és belsőpontos algoritmusok, ellipszoid-módszer; konvex optimalizálás: szeparációs tételek, konvex Farkas-tétel, Karush-Kuhn-Tucker-tétel, Lagrange-függvény és nyeregpont-tétel, Newton-módszer, belső pontos algoritmus; a sztochasztikus programozás alapmodelljei és megoldó módszerei; gyakorlati problémák.

Irodalom:

L. D. Berkovitz: Convexity and Optimization in $\mathbf{R}^n$, John Wiley, 2002.
S. Boyd, L. Vandenberghe: Convex Optimization, Cambridge University Press, 2003.
Prékopa András: Stochastic Programming, Kluwer, 1995.

Tárgykód: TMME0308
A tantárgy neve: Geometriai szerkesztések elmélete
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Algebra és számelmélet alkalmazásai

Az euklideszi szerkesztés fogalma, a szerkeszthetőség algebrai kritériuma. Egész együtthatós polinomok gyökeinek szerkeszthetősége. Klasszikus szerkesztési feladatok. Szerkesztések csak körzővel, csak vonalzóval, Steiner szerkesztések. Szerkesztések szakaszátrakóval. Szerkesztések betolóvonalzóval. Szerkesztések a hiperbolikus síkon. Szerkeszthetőségi problémák vizsgálata komputeralgebrai támogatással, egész együtthatós polinomokkal kapcsolatos alapvető algoritmusok.

Irodalom:

Czédli G., Szendrei Á.: Geometriai szerkeszthetőség, Polygon, 1997.
G. E. Martin: Geometric Constructions, Springer, 1997.
Szőkefalvi Nagy Gy.: A geometriai szerkesztések elmélete, Akadémiai Kiadó, 1968.

Tárgykód: TMME0309, TMMG0309
A tantárgy neve: Geometriai transzformációcsoportok
2+2 óra, 5 kredit, K, Gy
Előfeltétele: Geometria és topológia alkalmazásai

Az n-dimenziós euklideszi tér mozgáscsoportja. Tranzitív csoporthatások. Homogén terek. Effektív csoporthatások. Primitív és imprimitív csoporthatások. Clifford tétele. Lokális és globális tranzitív csoporthatások osztályozása az affin és projektív síkon. Néhány globális csoporthatás a 2-dimenziós gömbfelületen, hengerfelületen, Möbiusz szalagon, Klein palackon és tóruszon.

Irodalom:

Figula Á.: Liegruppen und Theorie der Transformationsgruppen, Universität Erlangen-Nürnberg, 2006.

V. V. Gorbatsevich, A. L. Onishchik, E. B. Vinberg; Foundations of Lie theory and Lie transformation groups, Springer, 1997.

F. Engel: Theorie der Transformationsgruppen, Druck und Verlag von B. G. Teubner, 1888.

S. Lie, Gesammelte Abhandlungen, B. G. Teubner; Kristiania: H. Aschehoug & Co., 1924.

Tárgykód: TMME0310
A tantárgy neve: Differenciálható sokaságok
2+1 óra, 4 kredit, K
Előfeltétele: Modern differenciálgeometria

Differenciálható sokaságok. Érintőtér, érintőnyaláb, érintőleképzés. Részsokaságok. Vektormezők, disztribúciók. Frobenius tétele. Külső algebra, külső differenciálás. Lie-derivált. Integrálás sokaságon, általános Stokes formula.

Irodalom:

T. Aubin: A Course in Differential Geometry, American Mathematical Society, 2001.

F. W. Warner: Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups, Springer-Verlag, 1988.

Tárgykód: TMME0311
A tantárgy neve: Riemann geometria
2+1 óra, 4 kredit, K
Előfeltétele: Differenciálható sokaságok

Riemann metrikák, lineáris konnexió és párhuzamosság. A Levi-Civita konnexió. Geodetikusok, exponenciális leképezés, a geodetikusok minimalizáló tulajdonsága, konvex környezetek. Görbületi tenzor és metszetgörbülelek. Jacobi mezők. Teljes sokaságok: a Hopf-Rinow tétel és Hadamard tétele. Konstans görbületű terek.

Irodalom:

M. P. do Carmo: Riemannian Geometry, Birkhäuser, 1992.

I. Chavel: Riemannian Geometry: A Modern Introduction, Cambridge University Press, 2006.

Tárgykód: TMME0312
A tantárgy neve: Differenciálgeometriai terek
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Modern differenciálgeometria

Az affin, projektív, euklideszi, Minkowski és Riemann geometriák, mint a Finsler geometria speciális esetei, analitikus és szintetikus úton. Az indikátrix szerepe. A differenciáltopológia és a differenciálható sokaságok elemeinek az áttekintése. Térfogat fogalom. Párhuzamosság különböző terekben, nem metrikus és metrikus konnexiók. Paralellizálhatóság és metrizálhatóság különböző terekben. Görbület fogalom. A fenti terek globális geometriájának néhány kérdése: Jacobi mezők, stb.

Irodalom:

Noel J. Hicks: Notes on Differential Geometry, Van Nostrand, 1965.

T. Aubin: A Course in Differential Geometry, American Mathematical Society, 2001.

Szőkefalvi-Nagy Gy., Gehér L., Nagy P.: Differenciálgeometria, Műszaki Könyvkiadó, 1979.

Yozo Matsushima: Differentiable Manifolds, Marcel Dekker, 1972.

Tárgykód: TMME0313
A tantárgy neve: Szövetgeometria
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Geometria és topológia alkalmazásai

Hálózatok koordinátázása loopokkal. Záródási tételek. Görberendszerekkel lefedett síkbeli tartományok. Szövetgeometria sík tartományokon. Konnexió, torzió és görbület. Párhuzamosítható szövetgeometria. Térbeli tartomány fóliázása felületrendszerrel. Szövetgeometria térbeli tartományon. Torzió és görbület. Példák.

Irodalom:

M. A. Akivis, A. M. Shelekhov: Geometry and Algebra of Multidimensional Three-Webs, Kluwer Academic Publishers, 1992.

W. Blaschke: Einführung in die Geometrie der Waben, Birkhäuser, 1955.

W. Blaschke, G. Bol: Geometrie der Gewebe, Springer-Verlag, 1938.

Tárgykód: TMME0314
A tantárgy neve: Konnexióelmélet
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Modern differenciálgeometria

A konnexiók néhány definiálási lehetőségének áttekintése. A konnexiókhoz kapcsolódó alapvető konstrukciók: görbület, torzió, párhuzamosság, geodetikusok. A kanonikus konnexió meghatározása a Loos-féle, tükrözésekkel definiált szimmetrikus tereknél, homogén reduktív tereknél és a szövetgeometriában.

Irodalom:

W. A. Poor: Differential Geometric Structures, Dover Publications, 2007.

Tárgykód: TMME0315
A tantárgy neve: Bevezetés a Finsler geometriába
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Modern differenciálgeometria

Finsler-Minkowski vektorterek. Finsler-struktúrák sokaságokon, alapvető példák. A geodetikus spray és az indukált Ehresmann-konnexió. Kovariáns deriválás Finsler-sokaságokon, görbületek. Speciális Finsler-sokaságok. Pályatartó leképezések.

Irodalom:

D. Bao, S.-S. Chern, Z. Shen: An Introduction to Riemann-Finsler Geometry, Springer Verlag, 2000.

Z. Shen: Differential Geometry of Spray and Finsler Spaces, Kluwer Academic Publishers, 2001.

J. Szilasi: A setting for spray and Finsler geometry, In: Handbook of Finsler Geometry Vol. 2, Kluwer Academic Publishers, 2003.

Tárgykód: TMME0316
A tantárgy neve: Kinematikai geometria
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Geometria és topológia alkalmazásai

Az euklideszi sík mozgásainak leírása komplex lineáris leképezésekkel. Egyparaméteres mozgások vizsgálata. A mozgó pont abszolút, relatív és kísérő sebessége. Pillanatnyi forgás-középpont a mozgó és nyugvó síkon. Pólusgörbe a mozgó és nyugvó síkon. Egyparaméteres mozgások előállítása a mozgó pólusgörbének a nyugvó pólusgörbén való csúszásmentes gördülésével. Speciális mozgások: Frenet-mozgás, iker-mozgás, elliptikus mozgás, bolygó-mozgás és megfordításai. A Pascal-csiga geometriai jellemzése. Az Euler-Savary egyenlet analitikus és konstruktív geometriai tárgyalása. Szférikus mozgások.

Irodalom:

W. Blaschke: Ebene Kinematik: eine Vorlesung, Teubner, 1938.

J. M. McCarthy: Introduction to Theoretical Kinematics, MIT Press, 1990.

O. Bottema, B. Roth: Theoretical Kinematics, Dover Publications, 1990.

Tárgykód: TMME0317
A tantárgy neve: Variációszámítás
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Közönséges differenciálegyenletek alkalmazásai
A síkbeli nem-paraméteres variációs feladat. A variációszámítás alaptétele. Euler-Lagrange differenciálegyenlet. Legendre, Jacobi és Weierstrass szükséges feltételei. A mezőelmélet alapfogalmai. Mező létezése és a Jacobi feltétel. Elégséges feltételek. A síkbeli paraméteres probléma. Szükséges és elégséges feltételek. A metrikus differenciálgeometria alapjai. Geodetikus mező létezése. Geodetikusok mint minimális görbék. Jacobi differenciálegyenlete. Konjugált pontok fogalma.
Irodalom:
Kósa A.: Variációszámítás, Tankönyvkiadó, 1990.
M. A. Lavrentyev, L. A. Ljusztyernyik: Variációszámítás, Akadémiai Kiadó, 1953.
L. D. Elsgolc: Calculus of Variations, Dover Publications, 2007.

Tárgykód: TMME0318
A tantárgy neve: Vektoranalízis sokaságokon
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Modern differenciálgeometria
Vektortér külső algebrája. Differenciálformák, külső differenciálás. Vonalintegrál. Zárt és egzakt differenciálformák. Poincare-lemma, potenciálkeresés. Differenciálformák integrálása. Az általános Stokes-formula. A vektoranalízis klasszikus tételeinek leszármaztatása.
Irodalom:
I. Agricola, T. Friedrich: Global Analysis, AMS, 2002.
K. Jänich: Vector Analysis, Springer-Verlag, 2001.
I. Masden, J. Tornhave: From Calculus to Cohomology, Cambridge University Press, 1997.

Tárgykód: TMME0319
A tantárgy neve: Stabilitáselmélet
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Geometria és topológia alkalmazásai, Analízis alkalmazásai
A stabilitás és vonzás különböző definíciói. Stabilitás és részleges stabilitás. Aszimptotikus és exponenciális stabilitás. Lokális és globális stabilitás. Ljapunov függvények. A Ljapunov-féle direkt módszer. Stabilitási és instabilitási tételek. LaSalle tétel. A Ljapunov-féle indirekt módszer. Autonóm, időfüggő és periodikus rendszerekre vonatkozó tételek. Nem differenciálható Ljapunov függvények. Gyakorlati alkalmazások.
Irodalom:
S. S. Sastry: Nonlinear Systems: Analysis, Stability, and Control, Springer-Verlag, 1999.
N. Rouche, P. Habets, M. Laloy: Stabilitáselmélet: a Ljapunov-féle direkt módszer, Műszaki Könyvkiadó, 1984.

Tárgykód: TMME0320
A tantárgy neve: Differenciálrendszerek geometriai elmélete
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Geometria és topológia alkalmazásai, Analízis alkalmazásai
Differenciálható sokaságok, vektornyalábok. Vektormezők. Külső formák, külső deriválás. Jet nyalábok. Közönséges és parciális differenciálegyenletek és egyenletrendszerek geometriai interpretációja. Elsőrendű parciális differenciálegyenlet-rendszerek teljes integrálhatósága. Frobenius tétele. Magasabb rendű túlhatározott rendszerek integrálhatósági feltételeinek vizsgálata. Differenciálegyenlet-rendszerek prolongálása. Az integrálhatóság akadályai. Cauchy-Kovalevszkaja tétele. Cartan-Kahler tétel. Alkalmazások.
Irodalom:
Bryant, Chern, Gardner, Goldschmidt, Griffiths: Exterior Differential Systems, Springer-Verlag, 1990.
T. Ivey, J. M. Landsberg: Cartan for Beginners: Differential Geometry via Moving Frames and Exterior Differential Systems, American Mathematical Society, 1992.
M. Spivak: A comprehensive introduction to differential geometry, vol I, Publish or Perish, 1999.
J. Grifone, Z. Muzsnay: Variational Principles for Second-order Differential Equations, World Scientific, 2000.

Tárgykód: TMME0321
A tantárgy neve: Felületelmélet
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Geometria és topológia alkalmazásai

Konstans görbületű forgásfelületek. A hiperbolikus sík differenciálgeometriai modelljei. Felületek speciális paraméterezései: félig-geodétikus koordináták, polárkoordináták. A geodetikus minimalizáló tulajdonsága. Az ívhossz második variációja. A Jacobi-féle differenciálegyenlet. Konjugált pontok. Hadamard tétele negatív görbületű felületekre. Nem-radiális geodetikus polárkoordináta rendszerben. A Gauss-Bonnet tétel geodetikus háromszögekre. Kompakt zárt felületek Euler karakterisztikája. A Gauss-Bonnet tétel globális alakja.

Irodalom:

Do Carmo: Differential geometry of curves and surfaces, Prentice-Hall, 1976.
Szőkefalvi-Nagy, Gehér, Nagy: Differenciálgeometria, Műszaki Könyvkiadó, 1979.

Tárgykód: TMME0322, TMMG0322
A tantárgy neve: Differenciálgeometria számítógépes támogatással
2+2 óra, 5 kredit, K, Gy
Előfeltétele: Geometria és topológia alkalmazásai

A görbeelmélet alapjai. Alapvető adatok (torzió, görbület) számítása és szemléltetésük Maple segítségével. A felületelmélet alapjai. Görbületek, felületi görbék, speciális felületek és geodetikusok vizsgálata Maple segítségével. A variációszámítás elemei, és különböző fizikai problémák feldolgozása Maple segítségével.

Irodalom:

S. Gray, E. Salamon: Abbena: Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica, Chapman & Hall/CRC, 2006.
J. Oprea: Differential Geometry and its Applications, Prentice Hall, 2004.
A. Heck: Introduction to Maple, Springer-Verlag, 2003.

Tárgykód: TMME0406
A tantárgy neve: Információelmélet
2+1 óra, 4 kredit, K
Előfeltétele: Valószínűségszámítás alkalmazásai

A hírközlési rendszerek általános modellje. A kódolás problémája: egyértelműen dekódolható és irreducibilis kódok, Kraft-Fano-egyenlőtlenség, McMillan tétele, optimális kódok, kódolási eljárások. Blokkonkénti kódolás. Az információmennyiség fogalma, mérőszáma. Shannon-féle entrópia. Diszkrét emlékezet nélküli csatorna, csatornakapacitás. Az információelmélet alaptételei. Adattömörítés. Folytonos csatornák.

Irodalom:

R. B. Ash: Information Theory, Dover Publications, 1965.
Csiszár I., Körner J.: Information Theory: Coding Theorems for Discrete Memoryless Systems, Akadémiai Kiadó, 1981.
Györfi L., Győri S., Vajda I.: Információ- és kódelmélet, Typotex, 2002.
D. R. Hankersson: Introduction to Information Theory and Data Compression, CRC Press, 1998.
Gáll J., Pap Gy.: Információelmélet, mobiDIÁK könyvtár, 2006. http://mobidiak.inf.unideb.hu

Tárgykód: TMME0413
A tantárgy neve: Alkalmazott valószínűségszámítás
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Valószínűségszámítás alkalmazásai

Sztochasztikus modellek és statisztikai vizsgálatuk. Véletlen bolyongás (arkusz szinusz törvény, nagy eltérések, iterált logaritmus tétel, tönkremenési problémák). Pontfolyamatok (Poisson-folyamat). Elágazó folyamatok (Galton-Watson-folyamat, folytonos idejű Markov-féle elágazó folyamat). Sorbanállási modellek (stacionárius születési-kihalási, sorbanállási rendszerek).

Irodalom:

Feller, W.: Bevezetés a valószínűségszámításba és alkalmazásaiba, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1978.
Székely J. Gábor: Paradoxonok a véletlen matematikájában. Typotex, Budapest, 2004.

Tárgykód: TMME0409, TMMG0409
A tantárgy neve: Pénzügyi matematika I.
2+2 óra, 5 kredit, K, Gy
Előfeltétele: Valószínűségszámítás alkalmazásai

Preferenciarendezés, hasznosságfüggvények. A hasznosság maximalizálása. Néhány klasszikus hasznosságfüggvény. Várható hasznosság. A kockázatkerülés mértéke. Optimális portfóliók. Értékpapírok kereslete. Elsőrendű és másodrendű sztochasztikus dominancia, mean-variance portfólió analízis, CAPM, APT, kockázati mértékek. A fenti területekhez kapcsolódó szoftverek ismertetése és alkalmazása, programozási feladatok, elsősorban az R és a Matlab megfelelő pénzügyi csomagjaiban.

Irodalom:

Chi-fu Huang, R. H. Litzenberg: Foundations for financial economics, Prentice Hall, 1988.
U. Schmidt: Axiomatic utility theory under risk, Springer, 1998.
J. E. Ingersoll: Theory of financial decision making, Rowman & Littlefield, 1987.
E. Barucci: Financial Markets Theory: Equilibrium, Efficiency and Information, Springer, 2006.
Gáll J., Pap Gy.: Bevezetés a hasznosságalapú portfólióelméletbe, mobiDIÁK könyvtár, 2006, http://mobidiak.inf.unideb.hu/

Tárgykód: TMME0410
A tantárgy neve: Pénzügyi matematika II.
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Pénzügyi matematika I.

Származtatott értékpapírok és tulajdonságaik, opciók (európai, amerikai, eladási, vételi és egzotikus esetek), diszkrét idejű piaci modellek, arbitrázs és arbitrázsmentességi feltételek, értékpapír-árazási alaptételek, piaci teljesség, opciók árazása, kockázatmenedzsment, fedezeti stratégiák, néhány probléma folytonos piacokon, numerikus módszerek.

Irodalom:

A. N. Shiryayev: Essentials of stochastic finance, World Scientific, 1999.
S. R. Pliska: Introduction to Mathematical Finance: Discrete Time Models, Blackwell, 1997.
J. C. Hull: Options, Futures, and Other Derivatives, Prentice Hall, 2006.
Gáll J., Pap Gy.: Opcióelmélet, mobiDIÁK könyvtár, 2004, http://mobidiak.inf.unideb.hu/

Tárgykód: TMME0411
A tantárgy neve: Biztosítási matematika
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Valószínűségszámítás alkalmazásai

Biztosítási alapfogalmak, biztosítási ágazatok. Neméletbiztosítási matematika alapfogalmai. Egyéni kockázat modellje, rekurziós és közelítő eljárások az összkárszám meghatározására, összetett kockázati modellek, eljárások az összkárszám meghatározására, összetett eloszlások, tulajdonságaik, elméleti és gyakorlati díjkalkulációs elvek, tartalékolás, viszontbiztosítások, néhány egyéb biztosítási kérdés.

Irodalom:

E. Straub: Non-life insurance mathematics, Springer, 1988.
Arató M.: Nem-élet biztosítási matematika, ELTE Eötvös Kiadó, 2001.
S. A. Klugman, H. H. Panjer, G. E. Willmot: Loss Models: From Data to Decisions, Wiley, 2004.

Tárgykód: TMME0404
A tantárgy neve: Adatbányászat
2+2 óra, 5 kredit, K
Előfeltétele: nincs

Az adatbányászat fogalma és szerepe az informatikában. Problémák és módszerek az adatbányászatban. Az adatbányászat 5-lépcsős folyamata. Módszerek összehasonlítása: statisztikai mutatók és grafikus eszközök. Mintavételi kérdések, tanító, teszt és ellenőrző adatállomány. Feltáró adatelemzés és adat-transzformációk. Prediktív modellek. Lineáris és nemlineáris regresszió. Diszkrét célváltozó előrejelzése: a logisztikus regresszió, ROC görbe. Döntési fák, a CHAID, CART és C4.5 (C5) algoritmus. Neurális hálók: egyszerű, többszintű és radiális bázis függvényű hálók. Legközelebbi társ módszer. Prediktív módszerek konzisztenciája. Társítási szabályok, az apriori algoritmus. Automatikus klaszterezés. A gyakorlaton egy adatbányász szoftver (pl. SAS/Enterprise Miner) megismerése.

Irodalom:

P. Adriaans, D. Zantinge: Adatbányászat, Panem, 2002.
M. J. A. Berry, G. Linoff: Data Mining Technique. For Marketing, Sales and Customer Support, Wiley, 1997.
L. Devroye, Györfi L., Lugosi G.: A Probabilistic Theory of Pattern Recognition, Springer, 1996.
T. Hastie, R. Tibshirani, J. Friedman: The Elements of Statistical Learning. Data Mining, Inference, and Prediction, Springer, 2001.

Tárgykód: TMME0415, TMMG0415
A tantárgy neve: Statisztikus tanuló algoritmusok
2+2 óra, 5 kredit, K, Gy
Előfeltétele: Matematikai statisztika alkalmazásai

A neurális hálók alapfogalmai: neuron, aktivációs függvény. Hálózati architektúrák, tanuló algoritmusok. A lineáris szeparálás és a perceptron. Adaptív lineáris szűrők. Multilayer perceptronok, a back-propagation algoritmus. Radiális bázis hálózatok. Az SVM és alkalmazásai. Önszervező hálók, a Kohonen-háló. A gyakorlaton az előadáson ismertetett módszerek gyakorlása valós adatokon.

Irodalom:

S. Haykin: Neural Networks. A Comprehensive Foundation, Prentice Hall, 1999.
D. M. Titterington, J. W. Kay: Statistics and Neural Networks, Oxford University Press, 1999.
Matlab Neural Network Toolbox, The Mathworks Inc., Natick, 1998.

Tárgykód: TMME0416
A tantárgy neve: Rendszerelmélet
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Sztochasztikus folyamatok

Rendszerelméleti alapfogalmak: bemenet, kimenet, állapot, diszkrét és folytonos időfüggés, differenciális rendszer, állapotdiagram. Lineáris differenciaegyenletek és differenciaegyenlet-rendszerek. A z-transzformáció és tulajdonságai. A zI-A mátrix inverze. Diszkrét idejű lineáris stacionárius rendszerek állapotegyenletének megoldása, vezérelhetősége és megfigyelhetősége. A Laplace-transzformáció és tulajdonságai. Állandó együtthatójú lineáris differenciálegyenletek megoldása a Laplace-transzformáció segítségével. Rendszerek stabilitása, rendszeranalízis a frekvenciatartományban. Többdimenziós rendszerek. Az sI-A mátrix inverze és a tA mátrix exponenciális függvénye. Folytonos idejű lineáris stacionárius rendszerek vezérelhetősége és megfigyelhetősége. Determinisztikus rendszerek vezérlése. Hamilton-függvény, szabad (előírt) végpontú vezérlés. A Pontrjagin-féle maximum elv. Lineáris rendszerek állapotszabályozása négyzetes veszteség esetén. Lineáris sztochasztikus rendszerek és stacionaritásuk. Fehérzaj, AR, MA és ARMA folyamatok, a Wiener-folyamat. Kálmán-szűrés diszkrét és folytonos időben. Lineáris sztochasztikus rendszerek szabályozása. AR és ARMA folyamatok irányítása négyzetes veszteség esetén. Szekvenciális eljárások optimum tulajdonságai, Bellman egyenletei.

Irodalom:

J. J. D'Azzo, C. H. Moupis: Linear Control System. Analysis and Design, McGraw-Hill, 1981.
Fodor György: Lineáris rendszerek analízise, Műszaki Könyvkiadó, 1967.
Matlab Control Systems Toolbox, The Mathworks Inc., Natick, 1998.
Fazekas Gábor, Gesztelyi Ernő: Bevezetés a rendszerelméletbe, Tankönyvkiadó, 1972.
M. Athans, P. L. Falb: Optimal Control, McGraw-Hill, 1966.
K. J. Aström: Introduction to Stochastic Control Theory, Academic Press, 1970.
Arató M.: Linear Stochastic Systems with Constant Coefficients. A Statistical Approach, Springer, 1982.

Tárgykód: TMME0417
A tantárgy neve: Sztochasztikus algoritmusok
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Valószínűségszámítás alkalmazásai

Markov-Chain Monte Carlo módszerek, a Metropolis-Hastings algoritmus. Markov-mezők, az Ising-modell, Gibbs-mérték. A Gibbs sampler. Simulated annealing. Az EM algoritmus.

Irodalom:

P. Guttorp: Stochastic Modeling of Scientific Data, Chapman and Hall, 1995.

E. Nummelin: General Irreducible Markov Chains and Non-negative Operators, Cambridge University Press, 1984.

X. Guyon: Random Fields on a Network, Springer, 1995.

W. R. Gilks, S. Richardson, D. J. Spiegelhalter: Markov Chain Monte Carlo in Practice, Chapman and Hall/CRC, 1996.

G. J. McLahlan, T. Krishnan: The EM Algorithm and Extensions, Wiley, 1997.

Tárgykód: TMME0418
A tantárgy neve: Nemlineáris optimalizálás
2+1 óra, 4 kredit, K
Előfeltétele: nincs

Nemlineáris programozási problémák és megoldási módszerek: hiperbolikus, kvadratikus, konvex programozás, gradiens módszer. Diszkrét programozás: leszámlálási algoritmusok, leszámlálási struktúrák, korlátozás és szétválasztás módszere. Vegyes matematikai programozási feladatok megoldási módszerei. Dinamikus programozás. Sztochasztikus programozás. Hálótervezési módszerek: CPM, PERT. Készletgazdálkodási problémák.

Irodalom:

R. Fletcher: Practical Methods of Optimization, Wiley, 1987.

J. Nocedal, S. J. Wright: Numerical Optimization, Springer, 1999.

G. Hadley: Nonlinear and Dynamic Programming, Addison Wesley, 1964.

J. Borwein, A. Lewis: Convex Analysis and Nonlinear Optimization, Springer, 2000.

E. Bajalinov: Linear-Fractional Programming: Theory, Methods, Applications and Software, Kluwer Academic Publishers, 2003.

Tárgykód: TMME0605
A tantárgy neve: Bioinformatika
2+0 óra, 3 kredit, K
Előfeltétele: Matematikai statisztika alkalmazásai

Biológiai alapok, genomika, génkifejeződés adatok. Szekvencia elemzés. Génkifejeződés adatok (profilok) statisztikai elemzése klaszterezéssel, gén predikció. Filogenetikai algoritmusok, evolúciós modellek, fa-rekonstrukciós módszerek. Szöveg-bányászati módszerek. Biológia/orvosbiológiai adat- és tudásbázisok, internetes szolgáltatások és integrációs eszközök áttekintése: EMBL, GenBank, SWISS-PROT/TrEMBL.

Irodalom:

R. Durrett: Probability Models for DNA Sequence Evolution, Springer, 2002.

P. Baldi, S. Brunak: Bioinformatics. The Machine Learning Approach, Bradford Books, 2001.

J. D. Murray: Mathematical Biology I+II, Springer, 2002.

Diplomamunka értékelése

A hallgatók diplomamunka témát, és egyúttal témavezetőt, mesterképzési tanulmányaik második félévében választanak. A diplomamunka készítésére szolgáló Diplomamunka 1. és 2. tárgyakat különböző félévekben kell teljesíteni.

Az elkészült diplomamunkát a témavezető véleményezi, szöveges bírálatot készít róla, melyben összegzi és értékeli a dolgozatot.

A diplomamunka védésére az abszolutórium megszerzése után, a záróvizsga-időszak elején, legalább egy héttel a záróvizsga előtt kerül sor. Sikertelen védés esetén a hallgató a záróvizsgán nem vehet részt.

A diplomamunka védése a témavezető tanszékén történik, a bizottságot az illetékes tanszékvezető jelöli ki. Amennyiben a témavezető nem a Matematikai Intézet oktatója, abban az esetben a szakfelelős dönt a bizottságról.

A védés háromfős bizottság előtt zajlik. Minden hallgató esetén tagja a bizottságnak a témavezető, valamint két további oktató, akik közül legalább az egyik vezető oktató (egyetemi tanár vagy egyetemi docens).

A védés teljes időtartama legfeljebb 30 perc. Először a hallgató kb. 20 perces szabad előadásban (segédeszközök használata nélkül) ismerteti diplomamunkáját, majd válaszol a bizottság által feltett kérdésekre. A diplomamunkára és a védésre kapott jegyet a bizottság a védést követően határozza meg.

A dolgozatot elsősorban tartalmi, részben kivitelezési szempontok alapján értékeli a bizottság. A diplomamunkának a jeles érdemjegyhez sem kötelező tudományos értelemben új, publikálható eredményt tartalmaznia, de a jó és jeles osztályzathoz elvárható bizonyos szintű önálló munka (például önálló számítások végzése; a dolgozatban feldolgozott témakör újszerű, önálló felépítése; az irodalomban csak nagyvonalakban megadott bizonyítások alapos kivitelezése).

A védést aszerint értékeli a bizottság, hogy a hallgató mennyire érti és ismeri a diplomamunkájában foglaltakat.