



Tantárgy megnevezése

Tantárgy típusa

Tantárgyfelelős

Tematika

**Matematika**

kötelező

Dr. Gát György

***Numerikus analízis modul***

A gépi számítás jellegzetességei, hibaterjedés. Nevezetes mátrix transzformációk lineáris rendszerek, illetve sajátérték feladatok megoldására. Gauss-elimináció és változatai: algoritmusai, műveletigénye, főelemkiválasztás, nem teljes Gauss-elimináció. Mátrixok felbontásai: Schur-komplementer, LU-felbontás, LDU-felbontás, Cholesky-felbontás, QR-felbontás. Lineáris és nemlineáris rendszerek iterációs megoldásai: Gauss-Seidel iteráció, gradiens módszer, konjugált gradiens módszer, Newton-módszer, lokális és globális konvergencia, kvázi-Newton-módszer, Levenberg-Marquardt algoritmus, Broyden-módszer. Sajátérték feladatok megoldása: hatványmódszer, inverz iteráció, eltolás, QR-módszer. Interpolációs és approximációs feladatok: Lagrange- és Hermite-interpoláció, spline interpoláció, Csebisev-approximáció. Kvadratúraformulák: Newton-Cotes formulák, Gauss-kvadratúra. Közönséges differenciálegyenletek numerikus módszerei: Euler-módszer, Runge-Kutta módszerek, véges differencia eljárások, végeelem módszer.

***Közönséges differenciálegyenletek alkalmazásai modul***

Autonóm differenciálegyenlet-rendszerek és fázistereik. Mátrixok egész függvényei; elsőrendű, állandó együtthatós, homogén lineáris differenciálegyenlet-rendszerek alapmátrixai. Differenciálegyenletek stabilitása, Lyapunov tételei, a Lyapunov-féle direkt módszer. Peremérték-problémák és sajátérték-feladatok. Green-függvény. Egzisztencia és unicitási tételek. Maximum- és minimumelv. Nemlineáris peremérték-problémák. Sturm-Liouville sajátérték-feladatok. Forgás-szimmetrikus elliptikus problémák. Diffeomorfizmusok és szimmetriák. Az egyparaméteres szimmetriacsoport alkalmazása egyenlet integrálására. Variációszámítás, az Euler-Lagrange-differenciálegyenletek, az Euler-Lagrange-differenciálegyenletek invarianciája, az Euler-Lagrange-differenciálegyenletek kanonikus alakja, az Euler-Lagrange-differenciálegyenletek első integráljai. A Noether-tétel. A legkisebb hatás elve.

***Parciális differenciálegyenletek modul***

Fizikai példák. Elsőrendű egyenletek: homogén lineáris egyenletek, kvázilineáris egyenletek, illetve általános egyenletekre vonatkozó Cauchy-feladatok. Magasabb rendű egyenletek, a Cauchy-Kovalevszkaja-tétel. Egy-, két-, illetve háromdimenziós hullámegyenlet.



Inhomogén hullámegyenlet. Poisson-egyenlet, Green-függvények, harmonikus függvények, maximum-elv. A Laplace-és a Poisson-egyenletre vonatkozó kezdetiérték-feladat. A hővezetési egyenlet.

### ***Funkcionálanalízis, Hilbert-terek modul***

Hilbert-tér, az ortogonális felbontás tétele, Fourier-sorok, Bessel-egyenlőtlenség, Gram–Schmidt-féle ortogonalizációs eljárás, Riesz-tétel, adjungált és önadjungált operátorok, projekciók, kompakt operátorok Hilbert-tereken, a  $K(H)$  zártsága, kompakt operátorok spektruma, Fredholm-alternatíva, kompakt önadjungált és normális operátorok spektrál-tétele, függvénykalkulus kompakt normális operátorokra, pozitív operátorok, Hilbert–Schmidt-operátorok.

A tárgy teljesítéséhez legalább egy modul teljesítése szükséges.

### *Megjegyzés*

### *Irodalom*

- V. I. Arnol'd: Közönséges differenciálegyenletek, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1987.
- Besenyei Ádám, Komornik Vilmos, Simon László: Parciális differenciálegyenletek, TypoTeX Budapest, 2013.
- J. B. Conway, A Course in Functional Analysis, Springer, 1989.
- Ph. Frank, R. Mises: A mechanika és fizika differenciál-és integrálegyenletei I-II., Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1968.
- Stoyan Gisbert: Numerikus módszerek I, Typotex Kiadó, Budapest, 2002.
- Járai Antal: Modern alkalmazott analízis, Typotex Könyvkiadó, 2007.
- V. Sz. Vlagyimirov: Bevezetés a parciális differenciálegyenletek elméletébe, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979.